

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra aplikované mechaniky

Návrh a optimalizace vibračního přípravku  
pro aerospace

Design and Optimization of the Vibration  
Fixture for Aerospace

Student:

Jakub Pavelek

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Zdeněk Poruba, Ph.D.

Ostrava 2018

## Zadání bakalářské práce

Student: **Jakub Pavelek**

Studijní program: B2341 Strojírenství

Studijní obor: 3901R003 Aplikovaná mechanika

Téma: **Návrh a optimalizace vibračního přípravku pro aerospace**  
**Design and Optimization of the Vibration Fixture for Aerospace**

Jazyk vypracování: čeština

Zásady pro vypracování:

- 1) Uveďte základní principy modální analýzy jako nástroje pro zjištění vlastních frekvencí a vlastních tvarů.
- 2) Proved'te návrh vibračního přípravku s ohledem na jeho požadované dynamické vlastnosti a výrobitelnost.
- 3) Proved'te pevnostní kontrolu přípravku metodou konečných prvků.
- 4) Diskutujte možnost provést topologickou optimalizaci prvotního návrhu vibračního přípravku.

Seznam doporučené odborné literatury:


- [1] ONDROUCH, Jan PODEŠVA, Jiří. *Technické kmitání: Teorie a příklady k předmětu Technické kmitání* [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2012 [cit. 2017-12-08]. Dostupné z: [https://www.fs.vsb.cz/export/sites/fs/330/.content/files/Podesva\\_kmitani.pdf](https://www.fs.vsb.cz/export/sites/fs/330/.content/files/Podesva_kmitani.pdf)
- [2] COOK, Robert D. *Finite element modeling for stress analysis*. Vyd. 1. Hong Kong: John Wiley, 1995, 320 s. ISBN 04-711-0774-3

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.


Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Zdeněk Poruba, Ph.D.**

Datum zadání: 08.12.2017

Datum odevzdání: 21.05.2018

  
Ing. Martin Fusek, Ph.D.  
vedoucí katedry




  
doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.  
děkan fakulty

## **Místopřísežné prohlášení**

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě 20.5.2018

podpis studenta .....  .....

Prohlašuji, že

- Jsem byl seznámen s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména §35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a §60 – školní dílo.
- Beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§35 odst. 3).
- Souhlasím s tím, že bakalářská práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího bakalářské práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- Bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu §12 odst. 4 autorského zákona.
- Bylo sjednáno, že užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- Beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě 20.5.2018

podpis studenta .....  .....

Jméno a příjmení autora práce:

Jakub Pavelek

Adresa trvalého bydliště:

Květná 288, Slavkov 747 57

# Poděkování

Touto cestou bych v první řadě velice rád poděkoval Ing. Zdeňkovi Porubovi, Ph.D. za vedení této práce, cenné a vyčerpávající rady. Dále bych rád poděkoval za ochotu a přátelské chování při konzultacích i za dobrovolné doučování v programu ANSYS Workbench 18.2. Také bych chtěl poděkovat Ing. Davidovi Gracovi za pomoc při vypracování této práce, poskytnutí všech dostupných dat, ochotu při zodpovídání dotazů a důležité rady. Děkuji taky firmě Honeywell Aerospace Olomouc s.r.o. za nabídnutí témata této bakalářské práce.

# Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá problematikou modální analýzy, pevnostní analýzou a topologickou optimalizací. V úvodu jsou uvedeny základní principy modální analýzy jako nástroje pro zjištění vlastních frekvencí a vlastních tvarů. Hlavním cílem práce je navrhnout tvar vibračního přípravku tak, aby byla dosažena co nejvyšší hodnota první vlastní frekvence. Vibrační přípravek musí zároveň odolat zatížení 30 G při uvažování váhy vlastní váhy testované jednotky. Pro návrh finálního tvaru vibračního přípravku byla využita metoda topologické optimalizace prvotního návrhu.

## Klíčová slova

Modální analýza, pevnostní analýza, topologická optimalizace, vibrační přípravek, první vlastní frekvence

## Abstract

The main theme of this bachelor thesis is problematic of modal analysis, static structural analysis, and topology optimization analysis. In the introduction are shown basic principles of modal analysis as a tool for solving frequency modes. The main goal of this bachelor thesis is to design vibration fixture with the highest value of first frequency. This design has to resist load value of 30G with a counting weight of the tested unit. For final design of the vibration fixture was used the topology optimization of the initial design.

## Keywords

Modal analysis, static structural analysis, topology optimization, vibration fixture, first frequency

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	9
<b>2</b>	<b>Modální analýza</b>	10
2.1	Rozlišení kmitavých soustav	11
2.2	Kmitání systému s $n$ stupni volnosti	10
2.2.1	Normování vlastních tvarů	11
2.2.2	Ortogonality vlastních tvarů	11
2.2.3	Modální transformace	13
2.2.4	Rayleighův kvocient	15
2.2.5	Metoda inverzní iterace	15
2.2.6	Metoda iterace podprostoru	16
<b>3</b>	<b>Návrh vibračního přípravku</b>	19
3.1	Specifikace zadání	19
3.2	Testovaná jednotka	21
3.3	Základní deska	21
3.4	Vytvoření modelu	22
3.5	Materiál	25
3.6	Výroba vibračního přípravku	25
<b>4</b>	<b>Modální analýza vibračního přípravku</b>	26
4.1	Nastavení materiálu	26
4.2	Nastavení geometrie	26
4.3	Vytvoření sítě	27
4.4	Okrajové podmínky	29
4.5	Nastavení analýzy	29
4.6	Výsledky modální analýzy	30
4.7	Porovnání s prvotním návrhem firmy	32
4.8	Modální analýza při uvažování svarů	33
4.8.1	Příprava modelu	33
4.8.2	Výsledek modální analýzy	34
<b>5</b>	<b>Pevnostní kontrola vibračního přípravku</b>	35
5.1	Zahrnutí testované jednotky	35
5.2	Okrajové podmínky	36
5.3	Určení koeficientu bezpečnosti a dovoleného napětí	37
5.4	Výsledky pevnostních výpočtů	39

5.4.1	Zatížení ve směru +X .....	39
5.4.2	Zatížení ve směru -X .....	40
5.4.3	Zatížení ve směru +Y .....	42
5.4.4	Zatížení ve směru -Y .....	42
5.4.5	Zatížení ve směru +Z.....	45
5.4.6	Zatížení ve směru -Z.....	46
5.5	Pevnostní kontrola svařované konstrukce .....	48
<b>6</b>	<b>Topologická optimalizace vibračního přípravku .....</b>	<b>49</b>
6.1	Topologická optimalizace .....	49
6.2	Model pro topologickou optimalizaci .....	50
6.3	Příprava před topologickou optimalizací.....	51
6.4	Nastavení topologické optimalizace.....	52
6.5	Výsledek topologické optimalizace.....	53
6.6	Modální analýza konstrukce navržené metodou topologické optimalizace .....	55
6.7	Možný tvar konstrukce.....	56
<b>7</b>	<b>Závěr .....</b>	<b>57</b>
<b>8</b>	<b>Seznam použité literatury .....</b>	<b>58</b>
<b>9</b>	<b>Příloha A.....</b>	<b>59</b>



# 1 Úvod

V dnešní době se při vývoji nových technologií a zařízení čím dál víc setkáváme s větším důrazem na kvalitu a odolnost. Obzvláště v případě vojenských zařízení, které navíc zajišťují životní funkce pilota, je třeba dosáhnout co nejvyšší kvality. Z tohoto důvodu je třeba provést sérii různých zátěžových testů, aby byl zaručen co nejkvalitnější výrobek, který odolá i těm nejtěžším podmínkám.

Tato bakalářská práce vznikla ve spolupráci se společností Honeywell Aerospace Olomouc s.r.o., která se zabývá vývojem a výrobou součástí v oblasti letectví. Především se zaměřuje na letecké motory, černé skřínky a pomocné jednotky napájení letadel. Divize Honeywell Aerospace Olomouc s.r.o. spadá pod mezinárodní společnost Honeywell, která je jedním z dodavatelů techniky pro armádu Spojených států amerických.

Cílem této práce je navrhnout a optimalizovat konstrukci vibračního přípravku, který je určen k vibračním testům jednotky LSS – Life support system. Cílem optimalizace přípravku je dosáhnout co nejvyšší možné první vlastní frekvence s ohledem na vyrobitelnost. Také je požadováno, aby navržený přípravek odolal statickému zatížení 30G.

## 2 Modální analýza

Kapitola modální analýza a její podkapitoly jsou inspirovány literaturou [1] a [2]. Jsou zde uvedeny pouze nejdůležitější výňatky související s problematikou této bakalářské práce.

Modální analýza je moderní odvětví dynamiky a využívá možnosti rozkladu komplikovaných kmitacích procesů na jednotlivé, tzv. modální příspěvky. Každý z těchto příspěvků je popsán modální frekvencí a modálním tvarem kmitu. Tato metoda se využívá při popisu kmitavých vlastností a kmitavého chování inženýrských konstrukcí, soustav či částí.

Při matematickém modelování se tento rozklad zakládá na záměně soustavy vzájemně vázaných diferenciálních rovnic, popisující kmitavé chování dané konstrukce soustavou samostatných, izolovaně řešitelných diferenciálních rovnic prostřednictvím modální transformace.

Díky této metodě jsme schopni získat úplný technický popis mechanické soustavy nebo konstrukce. Modální vlastnosti struktury jsou nejčastější příčinou chvění a generování hluku soustavy. Tyto vlastnosti dokážeme vyhodnotit díky modální analýze soustavy. Nejčastějšími výstupy z modální analýzy jsou: vlastní frekvence soustavy, vlastní tvary kmitu a vlastní tlumení tvaru kmitu. Tyto vypočtené hodnoty následně porovnáváme s hodnotami dosaženými experimentem.

Modální analýzou lze poměrně rychle a pohodlně řešit tyto problémy:

- Stanovit modální frekvence soustav, pokud se tyto frekvence blíží k budícím frekvencím mohou způsobit nadměrné rozkmitání, potažmo mohou způsobit rezonanci. Tento jev poté může způsobit snížení životnosti a spolehlivosti konstrukce doprovázené zvýšením hlučnosti.
- Vytvořit modální tvary kmitu a posoudit je s budícími účinky za účelem zjištění případného výskytu škodlivého nadměrného kmitání.
- Testovat věrohodnost sestavených zjednodušených matematických modelů porovnáním s výsledky měření.
- Vytvořit modální modely soustav, díky tomu je možné věrně simulovat jejich kmitavé chování.
- Upravovat konstrukce např. za účelem jejich přeladění mimo pásma škodlivých účinků.

- Určit vynucené kmitání konstrukce při simulovaném buzení.
- Nalézt původ nadměrných vibrací konstrukcí z vlastností určených přenosových cest nežádoucího šíření budících účinků.

## 2.1 Rozlišení kmitavých soustav

Soustavy, ve kterých si můžeme dovolit modelovat jejich stavební prvky bez vážnějších chyb, se nazývají soustavami diskrétní soustavy.

Soustavy se spojitě rozloženými parametry jsou soustavy typu kontinuí, které mají elastomechanické vlastnosti rozložené spojitě. Modelovat takovéto soustavy výstižně je možné jen pro vybrané nejjednodušší případy. Z tohoto důvodu nejčastěji využíváme náhradních modelů, u kterých kontinuum vhodně diskreditujeme, např. pomocí metody konečných prvků.

Stupněm volnosti specifického bodu kmitavé soustavy budeme rozumět dimenzi vektoru. Možné pohyby tohoto bodu jsou zapsány pomocí souřadnic. Např. bod v kartézské souřadné soustavě může konat rotaci trojici posuvů ve směru kolem tří souřadných os, takže má šest stupňů volnosti. Kotouč na hřídeli, který se může jen otáčet má pouze jeden stupeň volnosti, bod na nosníku, kde nastává příčná deformace a natočení pouze v jedné rovině má 2 stupně volnosti apod.

Z těchto příkladů plyne, že soustava s více stupni volnosti je velmi široký pojem, který byl vytvořen především pro účely matematického modelování mechanických soustav. Takto vytvořený matematický model teprve dostává konkrétní podoby podle zvolené aplikace. Stupňů volnosti soustavy je většinou konečný počet, v případě kontinuí je podvědomě předpokládáme užitím vhodné diskretizace.

Také se můžeme setkat s pojmem jednohmotová soustava. V technické terminologii lze takto nazývat např. torzní kyvadlo s jedním stupněm volnosti, také ale třeba pružně uložený motor (minimálně v rozsahu nízkých frekvencí), kdy hmotu motoru soustředíme v těžišti. Takováto hmota má možnost konat šest nezávislých pohybů v prostoru, tudíž jde o soustavu s šesti stupni volnosti. Lze vidět, že počet hmot nelze zaměnit s počtem stupňů volnosti.

## 2.2 Kmitání systému s n stupni volnosti

Volné kmitání netlumených soustav je popsáno maticovou pohybovou rovnicí.

$$M\ddot{q} + Kq = 0 \quad (1)$$

Při počátečních podmínkách:

$$q(0) = q_0, \dot{q}(0) = \dot{q}_0 \quad (2)$$

$M$  je symetrická matice hmotnosti a  $K$  je také symetrická matice tuhosti soustavy.

Řešením rovnice je:

$$q = v \cdot \sin(\Omega \cdot t + \varphi) \quad (3)$$

Kde  $v$  je sloupcová matice (vektor) amplitud.

Druhá derivace se rovná:

$$\ddot{q} = -v \cdot \Omega^2 \cdot \sin(\Omega \cdot t + \varphi) \quad (4)$$

Dosazením do pohybové rovnice získáme:

$$-M \cdot v \cdot \Omega^2 \cdot \sin(\Omega \cdot t + \varphi) + K \cdot v \cdot \sin(\Omega \cdot t + \varphi) = 0 \quad (5)$$

Po úpravách dostaneme:

$$(K - \Omega^2 \cdot M) \cdot v = 0 \quad (6)$$

Toto vyjádření zastupuje soustavu lineárních homogenních algebraických rovnic. Aby platilo netriviální řešení soustavy, tak se determinant soustavy rovná nule, také se nazývá frekvenční determinant.

$$|K - \Omega^2 \cdot M| = 0 \quad (7)$$

Pokud tento frekvenční determinant rozvineme, tak dostaneme frekvenční polynom. Polynom řádu  $n$  má  $n$  kořenů, tzv. vlastních čísel  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ . Kořeny  $M$  a  $K$  jsou reálné a nezáporné. Odmocněním vlastních čísel dostaneme vlastní kruhové frekvence netlumeného kmitání.

Jelikož existuje  $n$  vlastních kruhových frekvencí  $\Omega_{i=1..n}$  musí tedy existovat také  $n$  vlastních tvarů  $v_{i=1..n}$ . Vlastní tvary jsou uspořádány do modální matice nebo také matice vlastních tvarů, kde představují jednotlivé sloupce. Jednotlivé řádky modální matice tvoří souřadnice  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , sloupce (vlastní tvary) přísluší jednotlivým vlastním kruhovým frekvencím  $\Omega_1, \Omega_2 \dots \Omega_n$ .

$$V = [v^{(1)} \ v^{(2)} \ \dots \ v^{(n)}] = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1n} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{n1} & v_{n2} & \dots & v_{nn} \end{bmatrix} \begin{matrix} \rightarrow x_1 \\ \rightarrow x_2 \\ \\ \rightarrow x_n \end{matrix} \quad (8)$$

V případě úloh, které mají velký počet stupňů volnosti (např. 103 až 106) ve většině situací se jedná o problémy dynamiky kontinua, diskretizované metodou konečných prvků.

V těchto případech se nepočítají všechny vlastní frekvence, ale jenom pouze jisté množství vlastních frekvencí začínající první – nejmenší. Modální matice poté obsahuje  $n$  řádků, kde  $n$  je počet stupňů volnosti, a  $m$  sloupců, kde  $m$  je počet vypočtených vlastních frekvencí.

### 2.2.1 Normování vlastních tvarů

Číselné hodnoty ve vlastním tvaru určují pouze poměr amplitud a samy o sobě nemají velký význam. Pokud všechny hodnoty  $v_i$  vynásobíme či vydělíme stejným číslem, tak se jejich informační hodnoty zůstanou stejné, jelikož jejich poměr zůstane zachován. Existují různé způsoby, jak normovat vlastní tvar, ale v praxi jsou nejvyužívanější dva způsoby.

Normování na jedničku – Celý vlastní tvar se vydělí největším číslem ve vlastním tvaru. Výsledkem potom je, že největší číslo je ve tvaru 1 a ostatní v příslušném poměru menší.

$$v_{normovaný} = \frac{v}{\max(v)} \quad (9)$$

Normování podle matice hmot

$$v_{normovaný} = \frac{v}{\sqrt{v^T \cdot M \cdot v}} \quad (10)$$

Výsledkem je:

$$v^T \cdot M \cdot v = 1 \quad (11)$$

$$v^T \cdot M \cdot v = \Omega^2$$

Výsledné kmitání je lineární kombinací vlastních tvarů:

$$q = \sum_j \mu_j \cdot v_j \cdot \sin(\Omega_j \cdot t + \phi_j) = \sum_j v_j \cdot (A_j \cdot \cos(\Omega_j \cdot t) + B_j \cdot \sin(\Omega_j \cdot t)) \quad (12)$$

### 2.2.2 Ortogonalita vlastních tvarů

Pro dvě vlastní kruhové frekvence  $\Omega_i$  a  $\Omega_j$  jsou rovnice ve tvaru:

$$(K - \Omega_i^2 \cdot M) \cdot v_i = 0 \quad (13)$$

$$(K - \Omega_j^2 \cdot M) \cdot v_j = 0$$

První rovnici vynásobíme  $v_j^T$ , druhou rovnici vynásobíme  $v_i^T$ , následně se druhá rovnice transportuje. K tomu využijeme symetrie matice hmot i matice tuhosti.

$$M^T = M; K^T = K \quad (14)$$

Po transportaci odečteme druhou rovnici od první a dostaneme tvar:

$$(\Omega_i^2 - \Omega_j^2) \cdot v_j^T \cdot M \cdot v_i = 0 \quad (15)$$

Pro  $\Omega_i = \Omega_j$  musí pro  $i \neq j$  platit:

$$v_j^T \cdot M \cdot v_i = 0 \quad (16)$$

Dosazením do první z rovnic platí:

$$v_j^T \cdot K \cdot v_i = 0 \quad (17)$$

Tato vlastnost vlastních tvarů se nazývá ortogonalita vlastních tvarů. Vlastní vektory (vlastní tvary), připadající různým vlastním frekvencím, jsou ortogonální vzhledem k matici hmotnosti a k matici tuhosti.

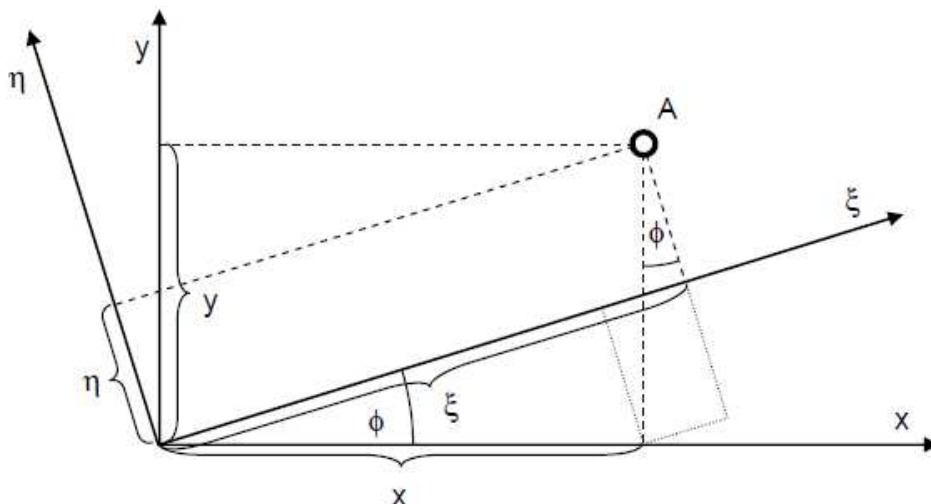
Díky této vlastnosti můžeme provést s maticí hmot  $M$  a maticí tuhosti  $K$  tzv. modální transformaci. Transformace spočívá v tom, že obě matice vynásobíme zprava modální maticí  $V$  a zleva transponovanou modální maticí  $V^T$ . Výsledné matice označíme jako modální matici hmot a modální matici tuhosti.

$$\tilde{M} = V^T \cdot M \cdot V \quad (18)$$

$$\tilde{K} = V^T \cdot K \cdot V$$

### 2.2.3 Modální transformace

Rovinný 2D prostor ve kterém je kartézský souřadný systém  $x$ - $y$  a bod  $A$ , jehož poloha je určena souřadnicemi  $\{x, y\}$ . Dále uvažujme natočený souřadný systém  $\xi$ - $\eta$  a má stejný počátek jako souřadný systém  $x$ - $y$ , ale je vůči němu natočen o úhel  $\phi$ . Poloha bodu  $A$  je dána souřadnicemi  $\{\xi, \eta\}$ .



**Obrázek 1.1 – Transformace souřadnic 1**

*Zdroj: [2] – strana 128*

Lze odvodit transformační vztahy:

$$\xi = x \cdot \cos \phi + y \sin \phi \quad (19)$$

$$\eta = -x \cdot \sin \phi + y \cdot \cos \phi$$

Transformační vztahy mají v maticové podobě tvar:

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (20)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (21)$$

$T$  je tzv. transformační matice.

Modální transformace je transformace z tzv. originálních souřadnic nebo také fyzikálních souřadnic  $q$  do tzv. modálních souřadnic nebo také hlavních souřadnic  $u$ . Za transformační matici použijeme modální matici  $V$ , jelikož je matice konstant, tak pro ni platí vztah i pro derivace.

$$q = V \cdot u$$

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \cdots & v_{1n} \\ v_{21} & v_{22} & \cdots & v_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{n1} & v_{n2} & \cdots & v_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix} \quad (22)$$

$$\dot{q} = V \cdot \dot{u}$$

$$\ddot{q} = V \cdot \ddot{u}$$

Pokud použijeme modální transformaci pro pohybovou rovnici, dostaneme (u netlumeného kmitání):

$$M \cdot V \cdot \ddot{u} + K \cdot V \cdot u = f \quad (23)$$

Tuto rovnici vynásobíme zleva transponovanou modální maticí  $V^T$ :

$$V^T \cdot M \cdot V \cdot \ddot{u} + V^T \cdot K \cdot V \cdot u = V^T \cdot f \quad (24)$$

Pokud využijeme modální matici hmot a modální matici tuhosti a zavedeme tzv. modální vektor budících účinků:

$$\tilde{f} = V^T \cdot f \quad (25)$$

Dostáváme soustavu pohybových rovnic, přepsanou na modální souřadnice. Tato operace se nazývá převedení do modálního prostoru.

$$\tilde{M} \cdot \ddot{u} + \tilde{K} \cdot u = \tilde{f} \quad (26)$$

Díky ortogonalitě vlastních tvarů jsou modální matice hmot a modální matice tuhosti diagonální. Z toho vyplývá, že soustava pohybových rovnic nepředstavuje simultánní soustavu rovnic. Simultánní soustava má v každé rovnici všechny neznámé. Tyto pohybové rovnice pro modální souřadnice jsou nezávislé soustavy rovnic, kdy v každé rovnici je pouze jedna neznámá.

$$0 \cdot \ddot{u}_1 + 0 \cdot \ddot{u}_1 + \dots + \tilde{M}_{ii} \cdot \ddot{u}_i + \dots + 0 \cdot \ddot{u}_n + 0 \cdot u_1 + 0 \cdot u_2 + \dots + \tilde{K}_{ii} \cdot u_i + \dots + 0 \cdot u_n = \tilde{f}_i \quad (27)$$

nebo

$$\tilde{M}_{ii} \cdot \ddot{u}_i + \tilde{K}_{ii} \cdot u_i = \tilde{f}_i \quad (28)$$

Úlohu nejprve vyřešíme v modálním prostoru jako  $n$  nezávislých problémů s 1 stupněm volnosti. Následně pomocí modální transformace přejdeme zpět do prostoru fyzikálních souřadnic.



### 2.2.4 Rayleighův kvocient

Základní rovnici upravíme na tvar:

$$(K - \Omega^2 \cdot M) \cdot v = 0 \quad (29)$$

$$K \cdot v = \Omega^2 \cdot M \cdot v$$

Na obou stranách rovnice jsou sloupcové matice. Pokud vynásobíme rovnici zleva transponovaným vektorem  $v^T$ :

$$v^T \cdot K \cdot v = \Omega^2 \cdot v^T \cdot M \cdot v \quad (30)$$

Díky této úpravě vzniknou na obou stranách prostá čísla a pak je možné vyjádřit kvadrát vlastní kruhové frekvence jako:

$$\lambda = \Omega^2 = \frac{v^T \cdot K \cdot v}{v^T \cdot M \cdot v} \quad (31)$$

Číslo  $\lambda$  vyjádřené ve vzorci je tzv. Rayleighův kvocient. A tento kvocient se vyjadřuje těmito vlastnostmi:

- Pokud je vektor  $v$  přesně roven vlastnímu tvaru, tak se Rayleighův kvocient  $\lambda$  rovná kvadrátu příslušné vlastní kruhové frekvence.
- Je-li vektor  $v$  odlišný od vlastního tvaru o malou hodnotu 1. řádu, tak se poté odmocnina z Rayleighova kvocientu  $\sqrt{\lambda}$  liší od skutečné vlastní kruhové frekvence o malou hodnotu 2. řádu.
- Jestliže vektor  $v$  nabývá postupně hodnotu  $n$  jednotlivých vlastních vektorů, je odmocnina z Rayleighova kvocientu  $\sqrt{\lambda}$  vždy uvnitř intervalu, daného nejnižší a nejvyšší vlastní kruhovou frekvencí.

### 2.2.5 Metoda inverzní iterace

Základní rovnici upravíme na tvar:

$$(K - \Omega^2 \cdot M) \cdot v = 0 \quad (32)$$

$$K \cdot v = \Omega^2 \cdot M \cdot v$$

Využijeme substituci:

$$f = \Omega^2 \cdot M \cdot v \quad (33)$$

Vznikne rovnice:

$$K \cdot v = f \quad (34)$$

Tuto rovnici můžeme poté interpretovat a vypočíst jako standartní úlohu statické deformace při zatěžovacím vektoru  $f$ . Vypočtený vektor  $v$  nemá skutečnosti fyzikální

význam statické deformace, ale jedná se o vlastní vektor, vlastní tvar. Proto jej normujeme, např. podle matice hmot. Poté vypočteme upřesněnou vlastní kruhovou frekvenci.

$$\Omega = \sqrt{\frac{v^T \cdot K \cdot v}{v^T \cdot M \cdot v}} \quad (35)$$

Výpočet není zcela přesný. Díky opakování v řadě iterací konverguje ke správnému řešení. Iterační algoritmus bude mít následující strukturu:

- Počáteční odhad vlastní kruhové frekvence a vlastního tvaru
- Výpočet zatěžovacího vektoru  $f$
- Výpočet prvního přiblížení vlastního vektoru  $v^{(1)}$
- Normování vlastního tvaru
- Výpočet prvního přiblížení vlastní kruhové frekvence  $\Omega^{(1)}$
- Návrat do bodu 2
- Po dostatečném počtu iterací postup konverguje k první vlastní frekvenci a vlastnímu tvaru.

### 2.2.6 Metoda iterace podprostoru

Jedná se o modifikaci inverzní iterace, která spočívá v použití několika vlastních tvarů místo jednoho, pokud je počet použitých vlastních tvarů  $m$ , pak obvykle platí  $m \ll n$ . Tyto vlastní tvary jsou uspořádané do modální matice  $V$ , která je v tomto případě obdélníková  $n \times m$ , počet řádků se rovná počtu stupňů volnosti. Počet sloupců je roven počtu zamýšlených vlastních frekvencí a vlastních tvarů.

Výsledkem substituce není sloupcová matice  $f$ , ale obdélníková matice  $F$

$$F = \Omega^2 \cdot M \cdot V \quad (36)$$

$$K \cdot V = F \quad (37)$$

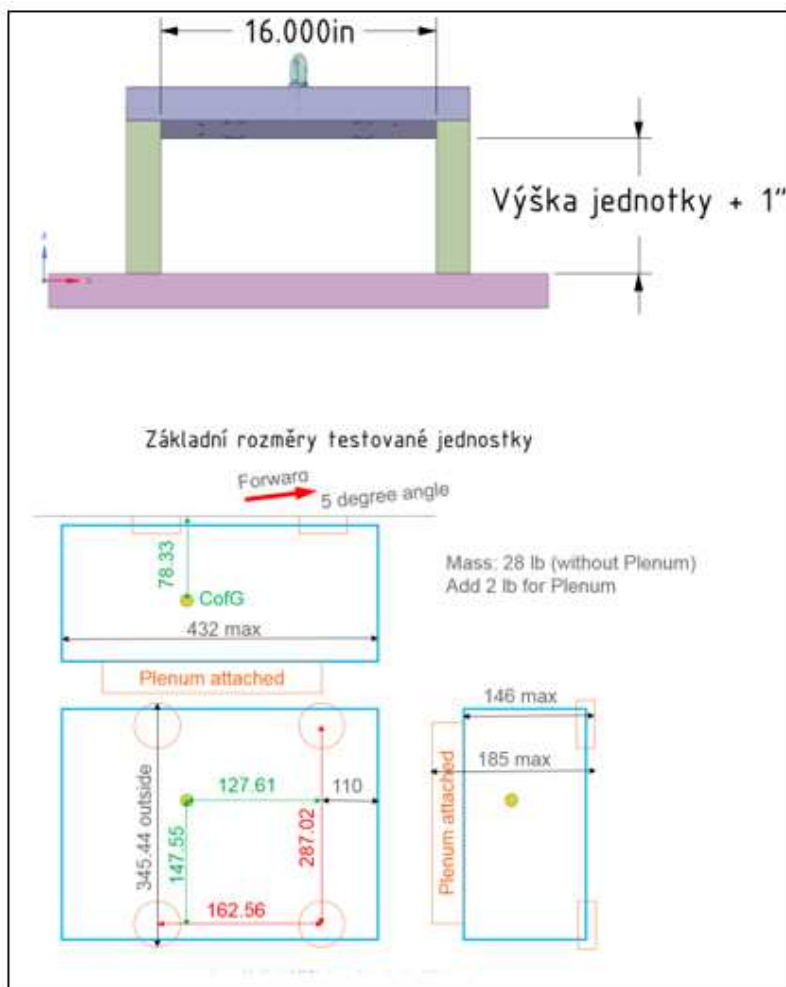
Rovnici v takovémto tvaru můžeme vyložit jako úlohu statické deformace při  $m$  zatěžovacích vektorech, které představují jednotlivé sloupce matice  $F$ . Takováto úloha má  $m$  řešení, které jsou uspořádány do jednotlivých sloupců modální matice  $V$ . Při adekvátní volbě počátečních odhadů vlastních vektorů  $v_{j=1..m}^{(0)}$  postup konverguje k řešení prvních  $m$  vlastních frekvencí a příslušných vlastních tvarů.

### 3 Návrh vibračního přípravku

#### 3.1 Specifikace zadání

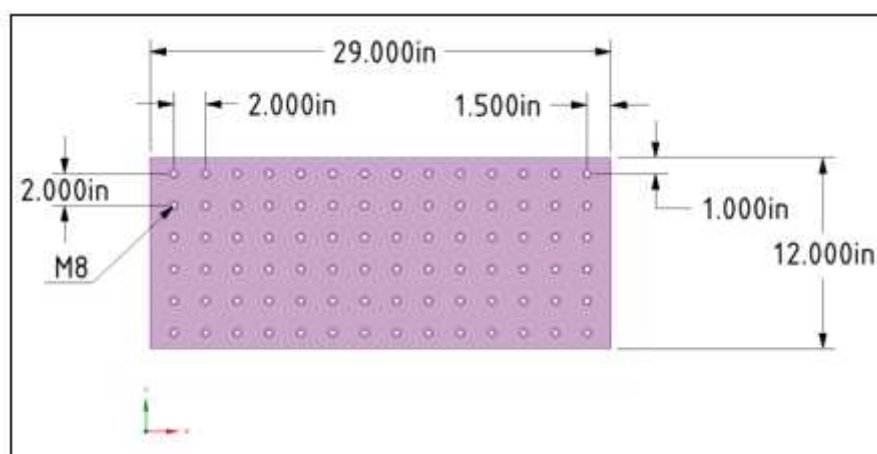
Zadání řešeného problému bylo specifikováno firmou Honeywell Aerospace Olomouc s.r.o. (dále jen „firma“), pro kterou byl návrh vibračního přípravku určen. Mým úkolem bylo navrhnout vibrační přípravek, který má co nejvyšší hodnotu první vlastní frekvence. Zároveň také musí odolat statickému zatížení 30G, které bude aplikováno ve všech směrech, vždy separátně. Při statickém výpočtu se uvažuje vlastní váha testované jednotky 13,6 kg.

Celá konstrukce musí být vyrobena z hliníkové slitiny. Testovaná jednotka bude zavěšena uvnitř přípravku, kde je třeba dodržet potřebný vnitřní prostor pro ustavení a manipulaci s testovanou jednotkou. Vnitřní prostor musí být průchozí, tzn. nesmí obsahovat stěnu z důvodu montáže jednotky. Omezení vnitřního prostoru a minimální rozměry jsou uvedeny na obrázku 3.1, který byl dodán firmou. Naklonění pěti stupňů plně reflektuje stav skutečného uchycení jednotky v letadle.

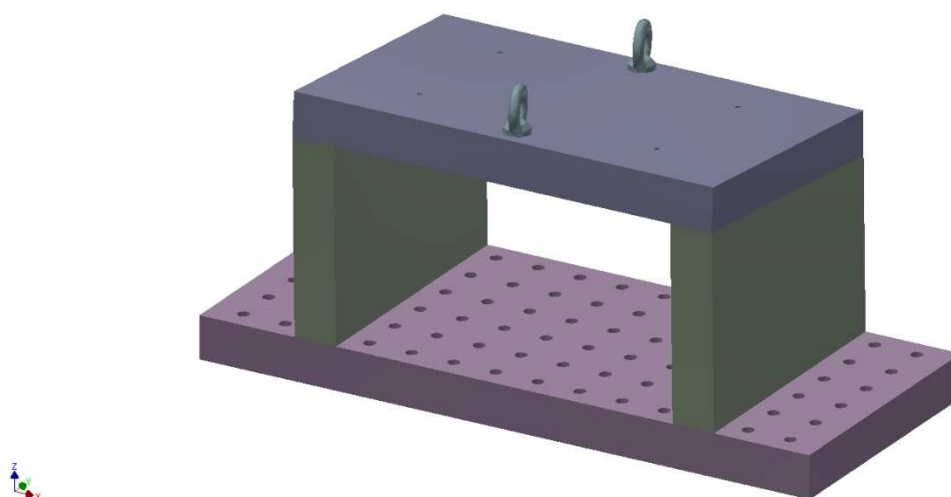


Obrázek 3.1 – Základní rozměry a poloha těžiště testované jednotky

Přípravek musí obsahovat základní desku, která je opatřena maticí otvorů, sloužících k přišroubování jednotky na vibrační stoli. Maximální rozměry jsou uvedeny na obrázku 3.2., který byl dodán firmou. Zároveň je třeba využít co nejvyšší počet otvorů pro šrouby, pro zajištění co nejvyšší tuhosti celého přípravku vůči vibrační stoli. Konstrukce vibračního přípravku musí uvažovat na horní ploše dva otvory určené pro instalaci manipulačních kotev, také musí být zachována poloha čtyř montážních otvorů sloužících pro uchycení jednotky. Také byl firmou dodán ilustrační model obrázek 3.3.



**Obrázek 3.2 – Rozměry základní desky**



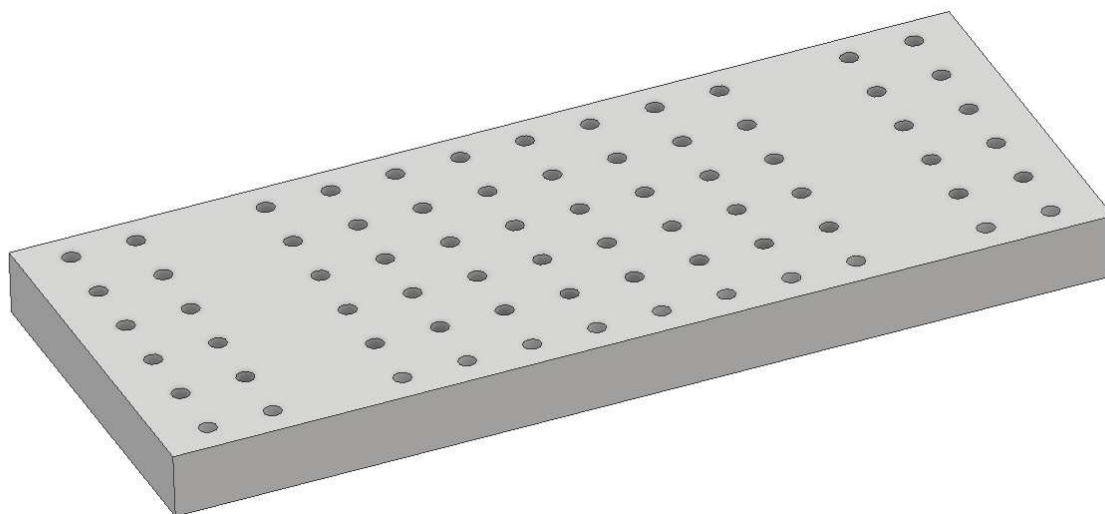
**Obrázek 3.3 – Ilustrační model**

### 3.2 Testovaná jednotka

Tento přípravek je primárně určen k vibračním testům jednotky LSS – Life Support System, která zajišťuje životní funkce pilota v průběhu letu. Tato jednotka je určena pro aplikaci do vojenského stíhacího letounu Gripen. Jednotka bude připevněna pomocí čtyř šroubových spojů k horní stěně vibračního přípravku. Základní rozměry testované jednotky jsou uvedeny na obrázku 3.1.

### 3.3 Základní deska

Přípravek musí obsahovat základní desku, která je přesně zadána výkresem. Tento výkres je součástí příloh. Základní deska slouží ke spojení konstrukce k vibračnímu stolu. Spoj je zajištěn pomocí šroubů se zápusťnou hlavou s vnitřním šestihranem DIN 7991 M8x100. Díky dostatečnému počtu šroubů je dosažena co nejvyšší možná tuhost konstrukce vůči vibračnímu stolu.



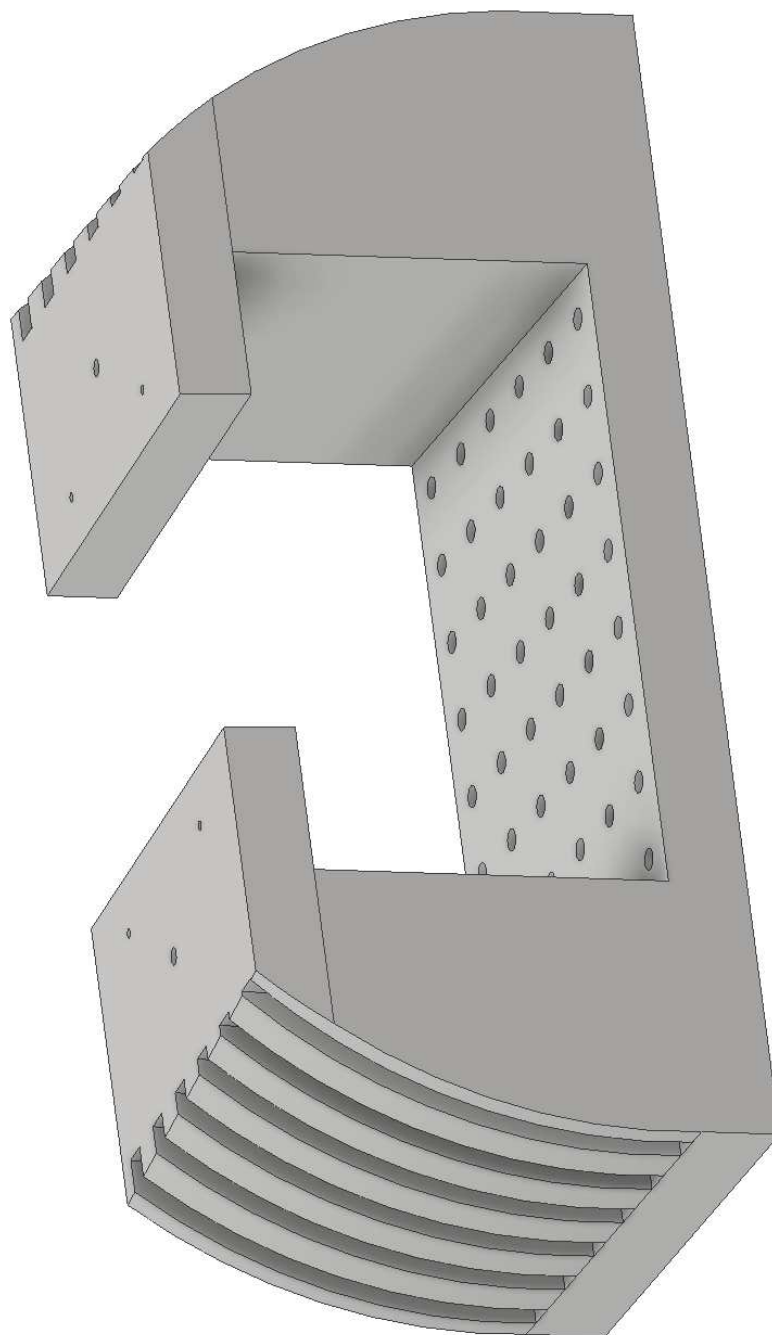
Obrázek 3.4 – Základní deska

### 3.4 Vytvoření modelu

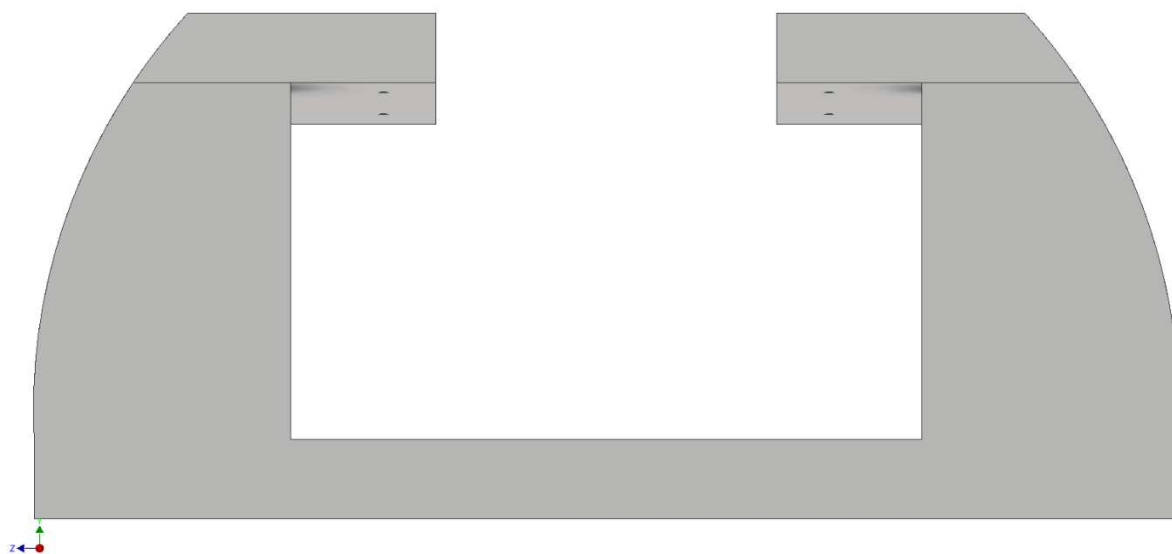
Pro vytváření modelu jsem používal program Autodesk Inventor Professional 2017, kde jsem vždy vytvořil model přípravku, který jsem následně importoval do programu ANSYS Workbench 18.2. Takto jsem vytvořil celkově 29 různých verzí vibračního přípravku, tyto verze jsou uvedeny níže v příloze A. V této kapitole rozeberu pouze výsledný navržený tvar vibračního přípravku.

V návrhu výsledného tvaru jsem využil zkušenosti získané z předchozích návrhů a také jsem se inspiroval výsledkem topologické optimalizace viz kapitola číslo 6. Mnou navrhnutý vibrační přípravek obsahuje sedm zaoblených žebér na každé straně, které vykazují podle výsledků modální analýzy lepší vlastnosti, nežli žebra trojúhelníkového tvaru. Dále výrazné zvýšení první vlastní frekvence způsobilo přerušení vrchní stěny. Tento otvor nepřekáží při montáži. Montážní otvory pro uchycení jednotky jsou umístěny přesně podle specifikací zadavatele. Zároveň jsou zde uvažovány dva otvory, určené pro instalaci manipulačních kotev. Také je využit co nejvyšší počet děr v základní desce pro zvýšení tuhosti vibračního přípravku, přichyceného k vibrační stoličce. Přístup je znemožněn pouze ke dvěma řadám šroubů, z důvodu nosných bočních stěn vibračního přípravku. Tyto dvě řady nebudou ani vyvrtány.

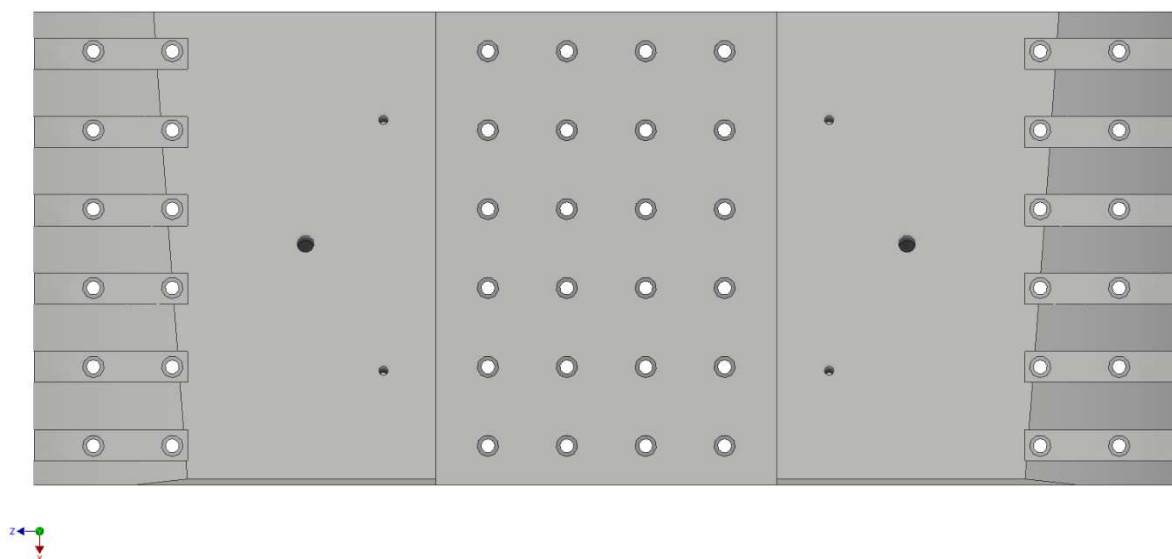
Celý vibrační přípravek je vyroben z hliníkové slitiny, jak bylo požadováno firmou. Všechny stěny, žebra i základní deska jsou plné. Neobsahují žádné vnitřní žebrovaní apod., jelikož při aplikování takovýchto řešení nebylo dosaženo výrazně vyšších frekvencí. Zároveň po konzultaci se zadavatelem byla tato možnost zamítnuta z důvodu výrazného zvýšení nákladů na výrobu s malým zvýšením první vlastní frekvence. Takto navržený přípravek váží 86,61 Kg. Výrobní výkres vibračního přípravku je obsažen jako příloha B.



**Obrázek 3.5 – Model vibračního přípravku**



**Obrázek 3.6 – Model vibračního přípravku**



**Obrázek 3.7 – Model vibračního přípravku**



### 3.5 Materiál

Vibrační přípravek bude vyroben podle zadání z hliníkové slitiny. Označení používaného materiálu firmou je ALUMINIUM ALLOY SHEET/STRIP/PLATE EN AW 6082-T6 CONFORMING TO BS EN 485. Specifikace materiálu na obrázku níže jsou převzaty od firmy EMK – European Metallurgical Company [3] dle britské normy BS EN 485-2:2016. Největší tloušťka materiálu na přípravku je 66,4 mm. Vybral jsem tedy vlastnosti pro tloušťku materiálu od 60 mm do 100 mm, jelikož se zvyšující tloušťkou se vlastnosti snižují. Mez pevnosti  $R_m = 295 \text{ MPa}$  a mez kluzu  $R_{p0,2} = R_e = 240 \text{ MPa}$ .

Table 47 — Alloy EN AW-6082 [Al Si1MgMn]

Temper	Specified thickness		Tensile strength		Yield strength		Elongation min.		Bend radius <sup>a</sup>		Hardness <sup>a</sup>
	mm		$R_m$		$R_{p0,2}$		%				HBW
	over	up to	min.	max.	min.	max.	$A_{50}$ mm	A	180°	90°	
T6	≥ 0,4	1,5	310		260		6			2,5 t <sup>b</sup>	94
	1,5	3,0	310		260		7			3,5 t <sup>b</sup>	94
	3,0	6,0	310		260		10			4,5 t <sup>b</sup>	94
	6,0	12,5	300		255		9			6,0 t <sup>b</sup>	91
	12,5	60,0	295		240			8			89
	60,0	100,0	295		240			7			89
	100,0	150,0	275		240			6			84

Obrázek 3.8 – Transformace souřadnic

Zdroj: [3] – strana 84

### 3.6 Výroba vibračního přípravku

Vibrační přípravek je uvažován při výpočtech jako odlitek, který je následně upraven pomocí obráběcích procesů. Nakonec by bylo provedeno vyvrtání montážních děr. Další možnost je vyrobit vibrační přípravek jako obrobek. Ze strany zadavatele bylo požadováno zvážit i možnost vyrobit vibrační přípravek metodou svařování. V tomto případě by bylo nutné využít podřezání jednotlivých dílů, které by se následně svařovaly a aplikovat několik svarových housenek na sebe. Zároveň by bylo třeba co nejlépe provařit jednotlivé části, aby nedošlo ke ztrátě tuhosti. Tato možnost výroby je dále rozebrána v kapitole 4.8.

## 4 Modální analýza vibračního přípravku

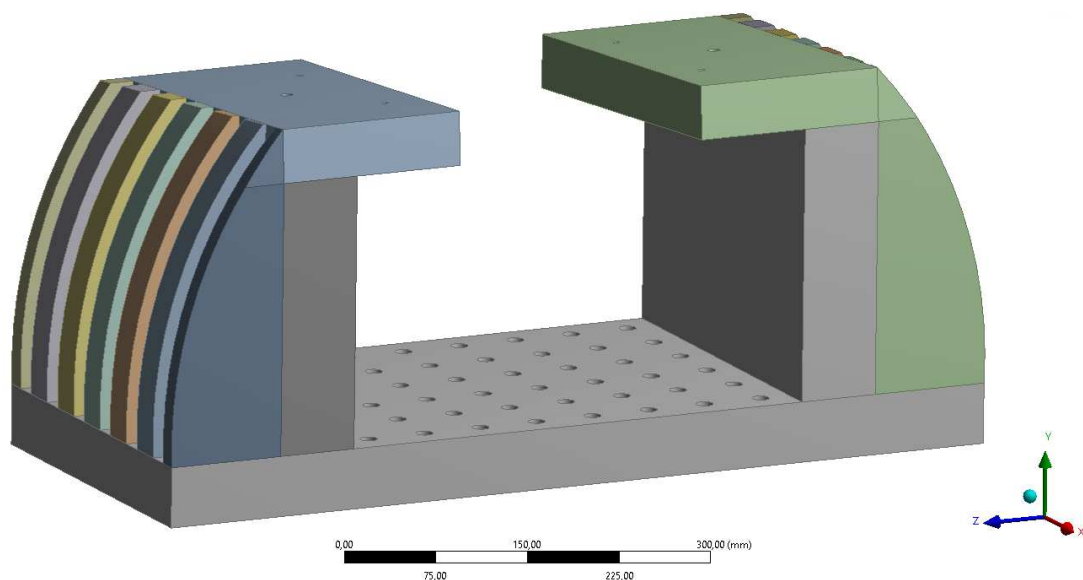
V této kapitole bude rozebrána modální analýza mého návrhu vibračního přípravku. Modální analýza byla provedena v programu ANSYS Workbench 18.2. pomocí Modal z nabídky Analysis Systems.

### 4.1 Nastavení materiálu

Nastavení materiálu jsem provedl funkcí Engineering Data, kde jsem si z knihovny materiálů vybral slitinu hliníku. Mnou vybraná slitina hliníku se nazývá v katalogu Aluminium Alloy. Tento materiál má tyto základní vlastnosti:  $\rho = 2770 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ;  $E = 71000 \text{ MPa}$ ;  $\mu = 0,33$ .

### 4.2 Nastavení geometrie

Model v Inventoru jsem udělal jako jednu součást, kterou jsem následně importoval do modulu SpaceClaim. Následně jsem geometrii otevřel v modulu Design Modeler, kde jsem model rozdělil na co nejjednodušší části, aby bylo možné vytvořit kvalitnější síť. Rozdělení jsem provedl pomocí funkce Slice a Boolean. Rozdělený model jsem poté celý vložil do jednoho partu, aby byla součást spojena přes síť v jeden celek a bylo možné řešení analýzy.



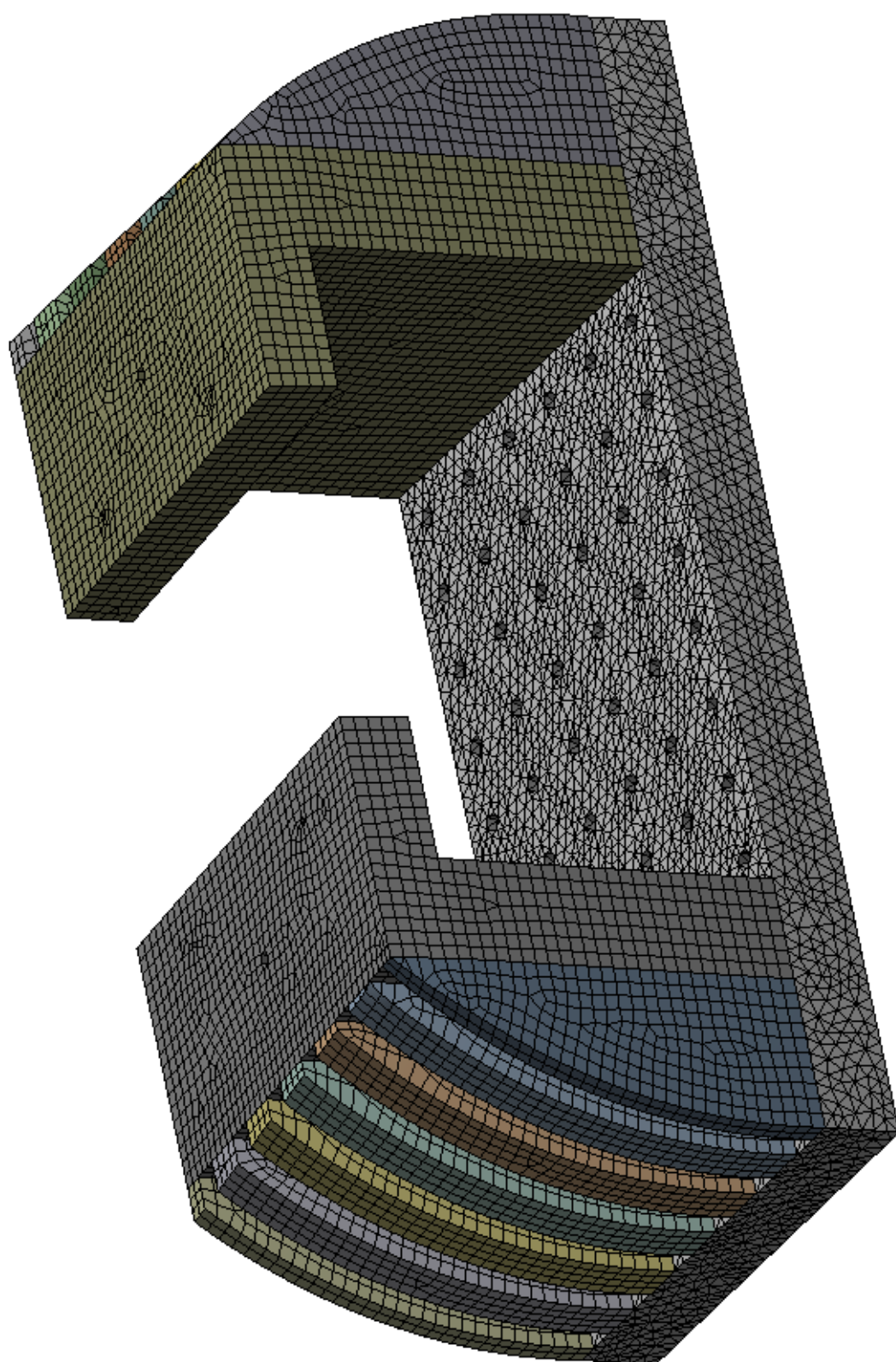
Obrázek 4.1 – Rozdělení modelu

### 4.3 Vytvoření sítě

Při vytváření sítě jsem využil dvě funkce: Hex Dominant Method a Body Sizing. Díky těmto dvou funkcím se mi podařilo vytvořit kvalitnější síť.

- Hex Dominant Method – Tato metoda slouží k vytvoření Hex sítě, jelikož se snaží upřednostnit a nahradit trojúhelníkové elementy za čtyřhranné elementy, které jsou pro výpočty mnohem vhodnější. Z důvodu použití této metody jsem předtím model rozdělil na co nejjednodušší části, protože čím jednodušší části, tím lépe tato metoda funguje.
- Body Sizing – Díky této funkci je možné nastavit velikost elementů sítě vybrané části.

Hex Dominant Method bylo nastaveno na všechny části mimo základní desky, jelikož se zde nachází spousta otvorů, které by způsobovaly problémy při síťování touto metodou. Zároveň na základní desce není nutná síť tvořená Hex prvky. Body Sizing bylo využito pro nastavení velikosti elementů. Nastavená velikost elementu základní desky byla 10 mm. Ostatní části měli nastavenou velikost elementu 9 mm. V nastavení sítě byl změněn Element Order z Program Controlled na Linear z důvodu snížení počtu uzlů, jelikož program nevytváří mezi-uzly. Tato možnost byla využita z důvodu limitů studentské verze.



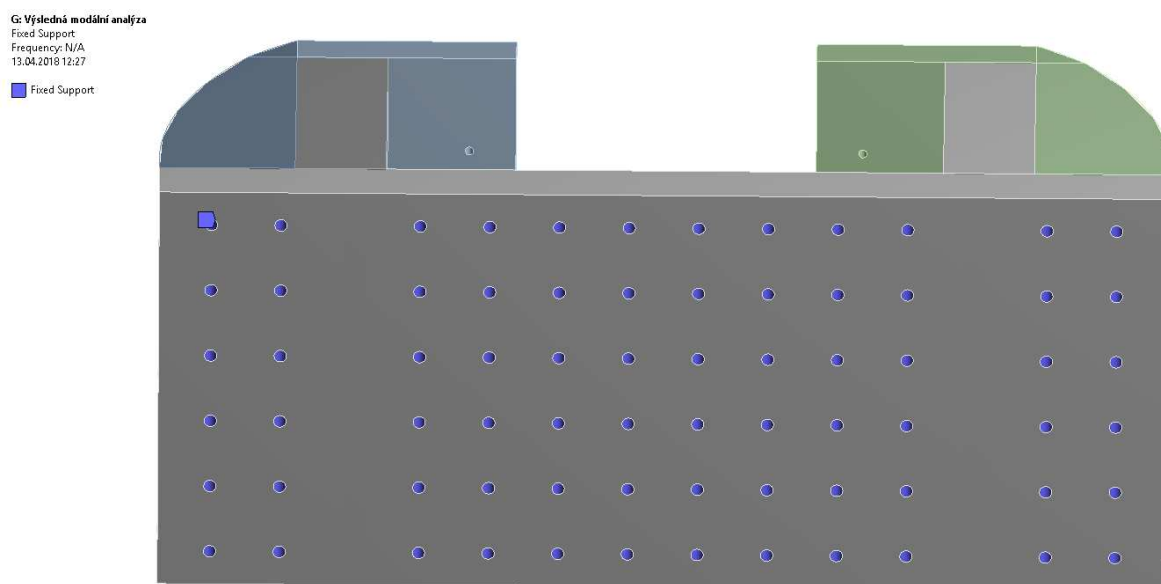
Obrázek 4.2 – Síť

## 4.4 Okrajové podmínky

Pro zjednodušení je předpokládáno, že šroubové spojení mezi základní deskou a vibračním přípravkem je dokonale tuhé. Díky tomuto předpokladu, jsem mohl použít okrajovou podmínku Fixed Support.

- Fixed Support – Tato okrajová podmínka odebírá uzlům všechny stupně volnosti.

Fixed Support jsem aplikoval na všechny vnitřní plochy děr, ve kterých budou šrouby a díky tomuto jsem byl schopen simulovat dokonalé tuhé šroubové spojení. Na obrázku níže lze vidět modře označené plochy na které je přiřazena okrajová podmínka Fixed Support.



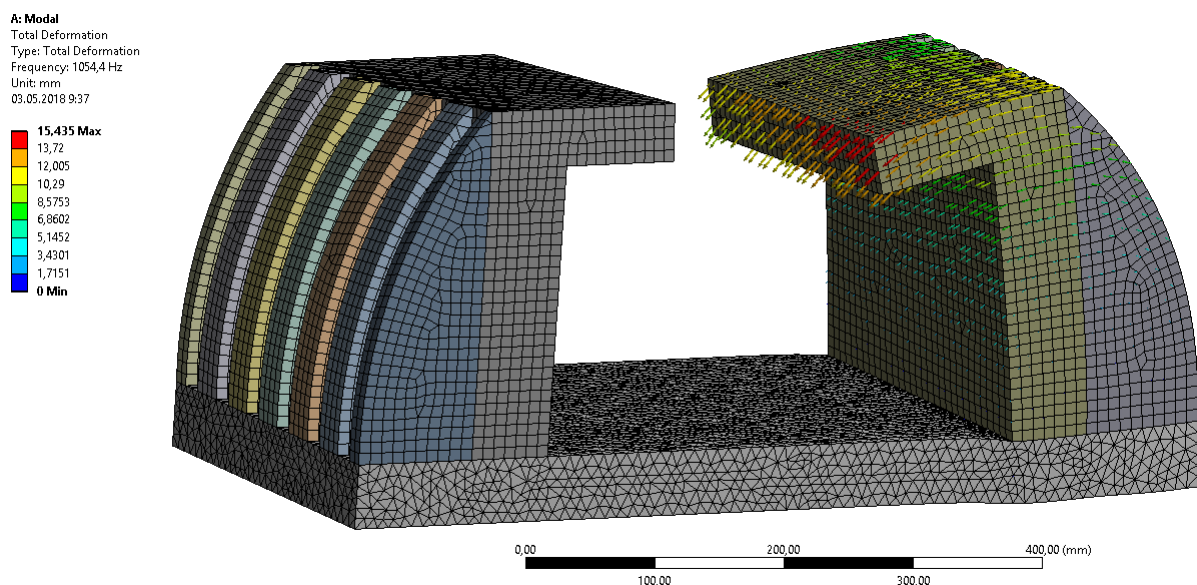
Obrázek 4.3 – Okrajové podmínky

## 4.5 Nastavení analýzy

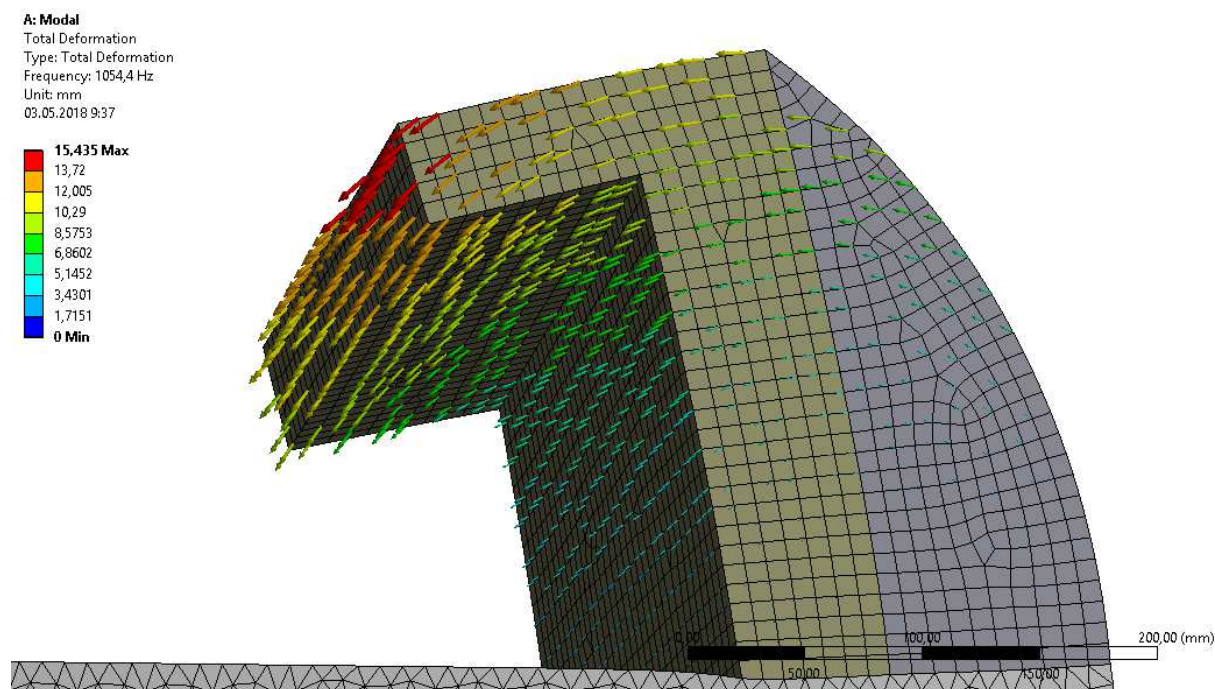
Změnil jsem pouze maximální počet módů k nalezení na šest. Nastavení analýzy jsem jinak dále neměnil a zůstalo původní.

## 4.6 Výsledky modální analýzy

Výsledkem modální analýzy bylo prvních šest hodnot vlastních frekvencí a tvarů. Nejdůležitější pro mě byla první vlastní frekvence, jelikož tu jsem měl za úkol co nejvíce zvýšit. Nakonec jsem dosáhl první vlastní frekvence vibračního přípravku o hodnotě 1054,4 Hz. Výsledky uvedené na obrázcích níže jsou 3,6x zvětšeny z důvodu lepšího zobrazení.



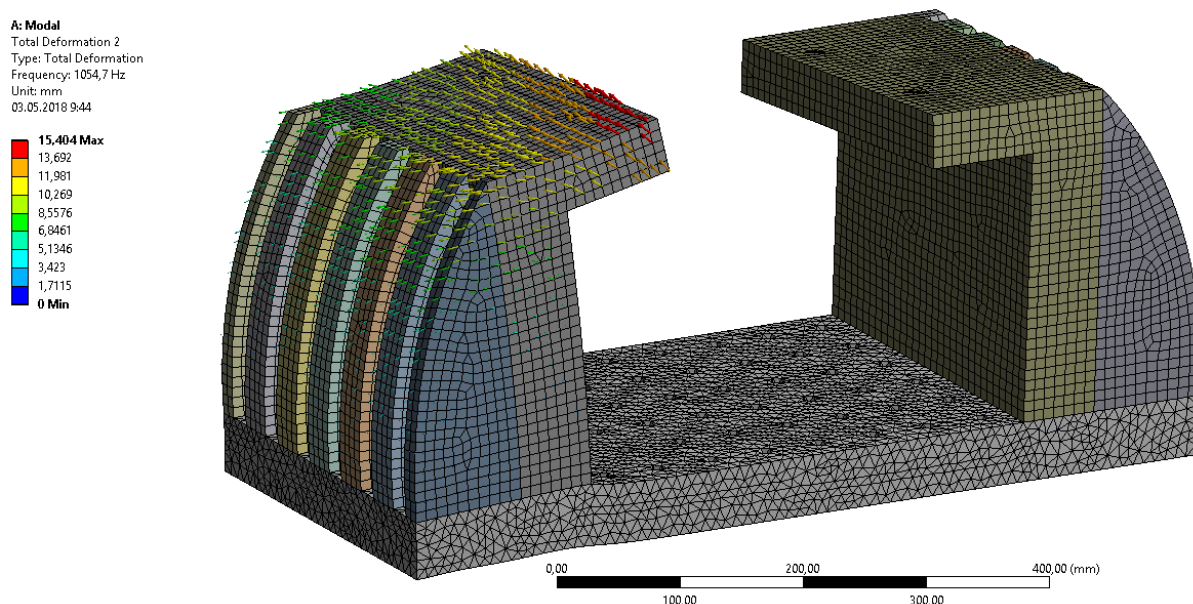
Obrázek 4.4 – První vlastní tvar a frekvence



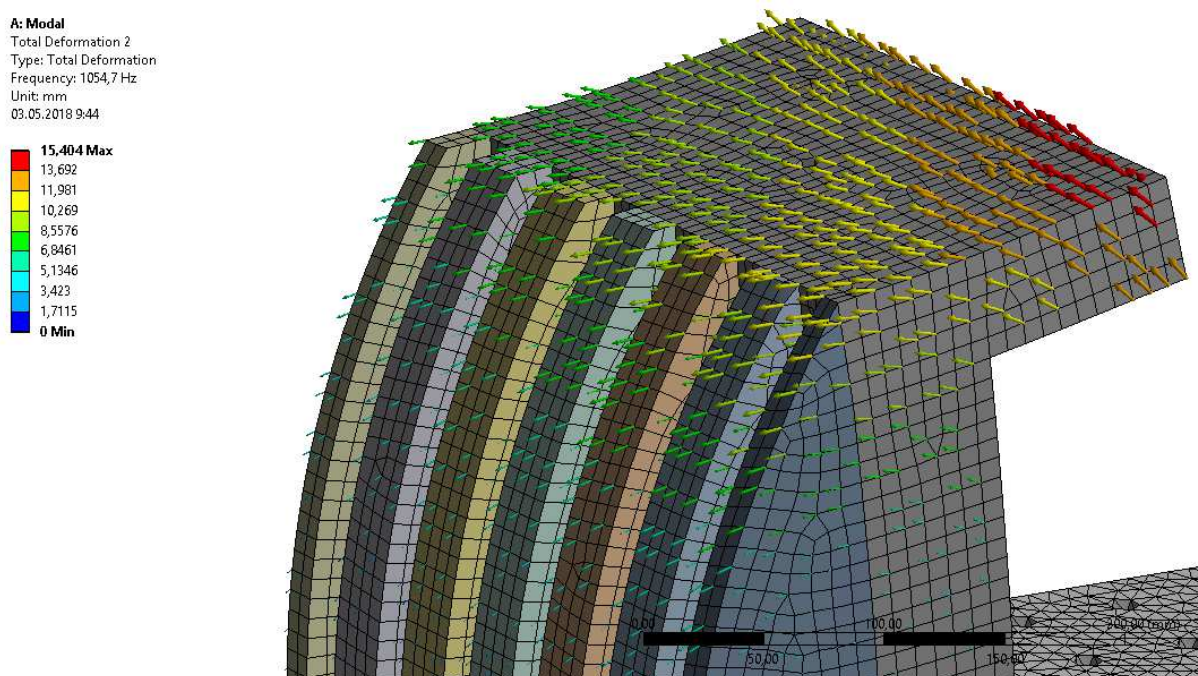
Obrázek 4.5 – První vlastní tvar a frekvence



Zajímavá je také druhá vlastní frekvence, jelikož její hodnota je identická s první vlastní frekvencí. Stejně i tak výchylka má stejnou hodnotu, akorát má jiný směr. Tento jev je způsobený symetrií a přerušením vrchní stěny konstrukce.



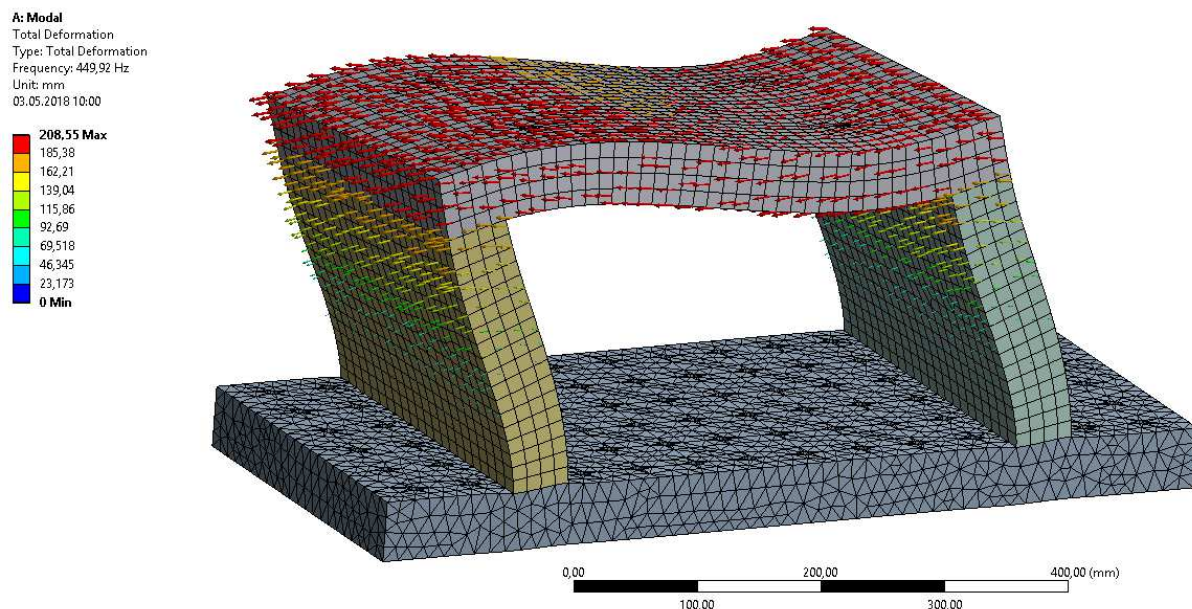
Obrázek 4.6 – Druhý vlastní tvar a frekvence



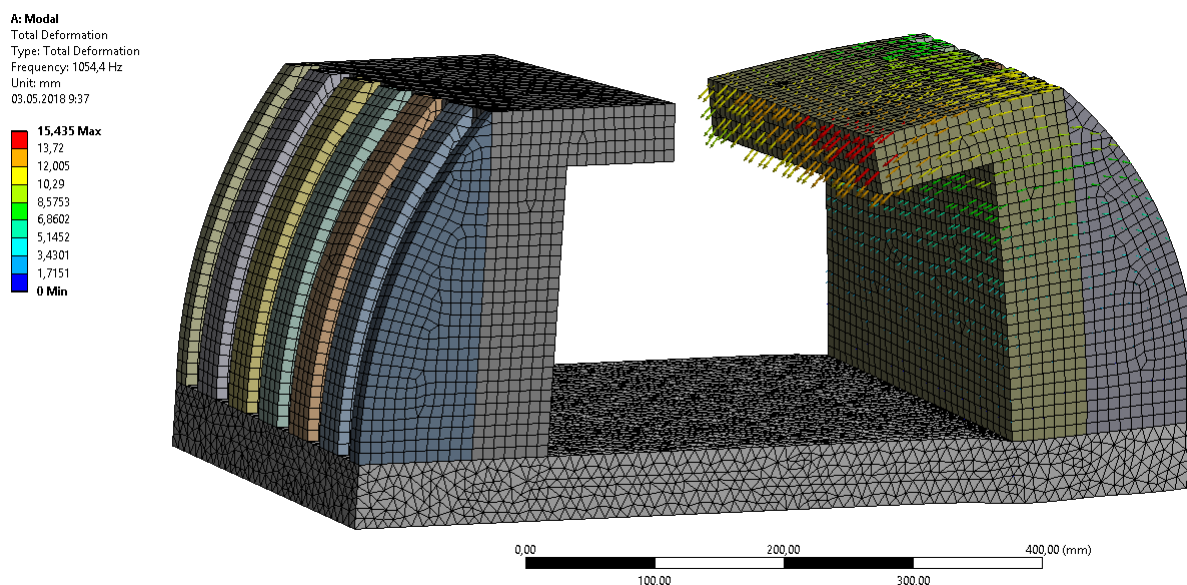
Obrázek 4.7 – Druhý vlastní tvar a frekvence

## 4.7 Porovnání s prvotním návrhem firmy

Níže je možno vidět srovnání hodnot a tvarů prvních vlastních frekvencí prvotního návrhu firmy s finálním návrhem vibračního přípravku. Hodnota první vlastní frekvence zadaného modelu je 441,79 Hz, zatímco finálního je 1054,4 Hz. Takže bylo dosaženo více než dvojnásobného zvýšení první vlastní frekvence.



Obrázek 4.8 – První vlastní tvar a frekvence prvotního návrhu firmy



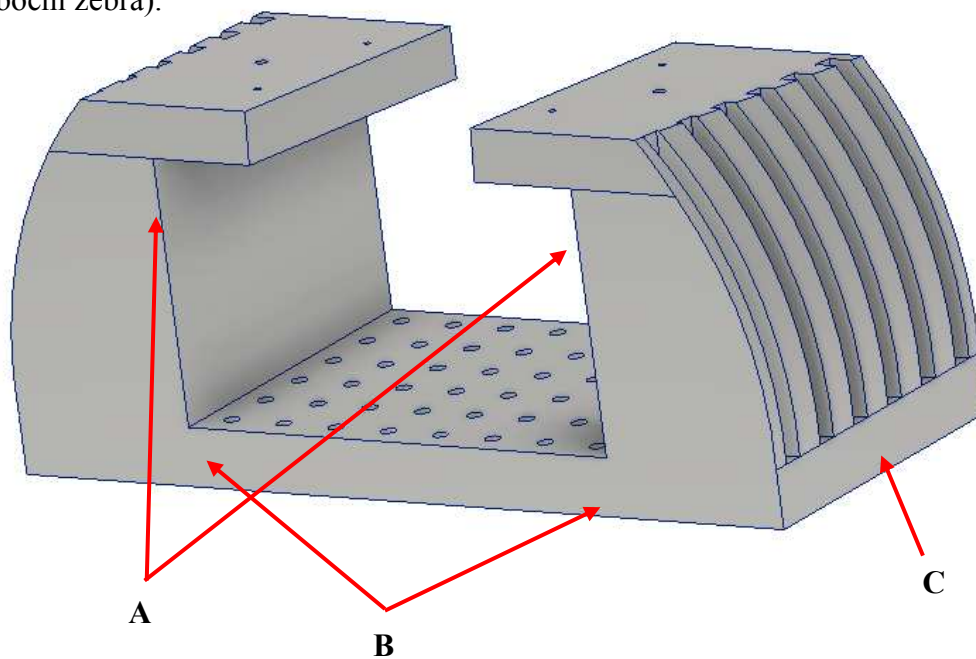
Obrázek 4.9 – První vlastní tvar a frekvence finálního návrhu



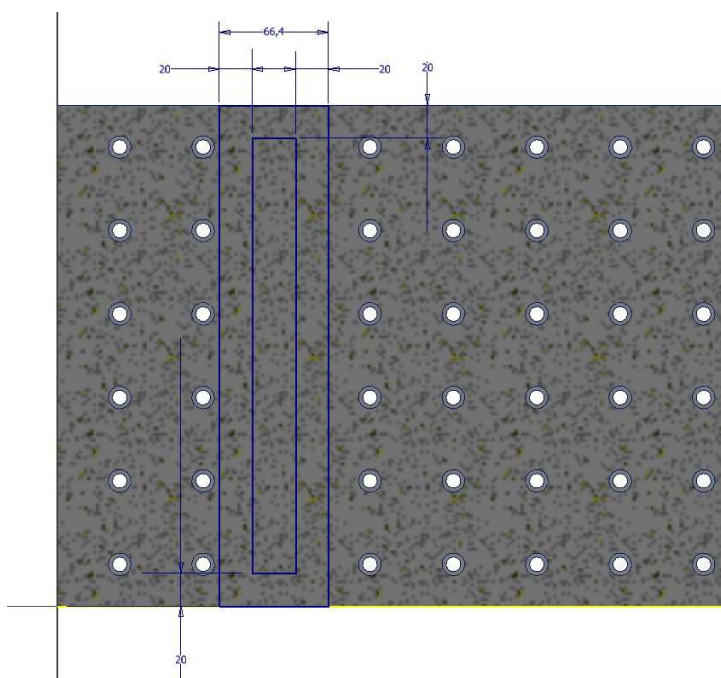
## 4.8 Modální analýza při uvažování svarů

### 4.8.1 Příprava modelu

V místech svarových spojů **A**, **B** geometrie neumožňuje provaření, je zde možno použít koutový svar. Koutový svar byl simulován pomocí podřezání o 0,5 mm. V těchto místech byla předpokládána šířka svarové housenky 20 mm. V místech svaru u žebrování označených písmenem **C**, bylo předpokládáno dokonalé provaření, a tudíž nebylo provedeno podřezání (všechna boční žebra).

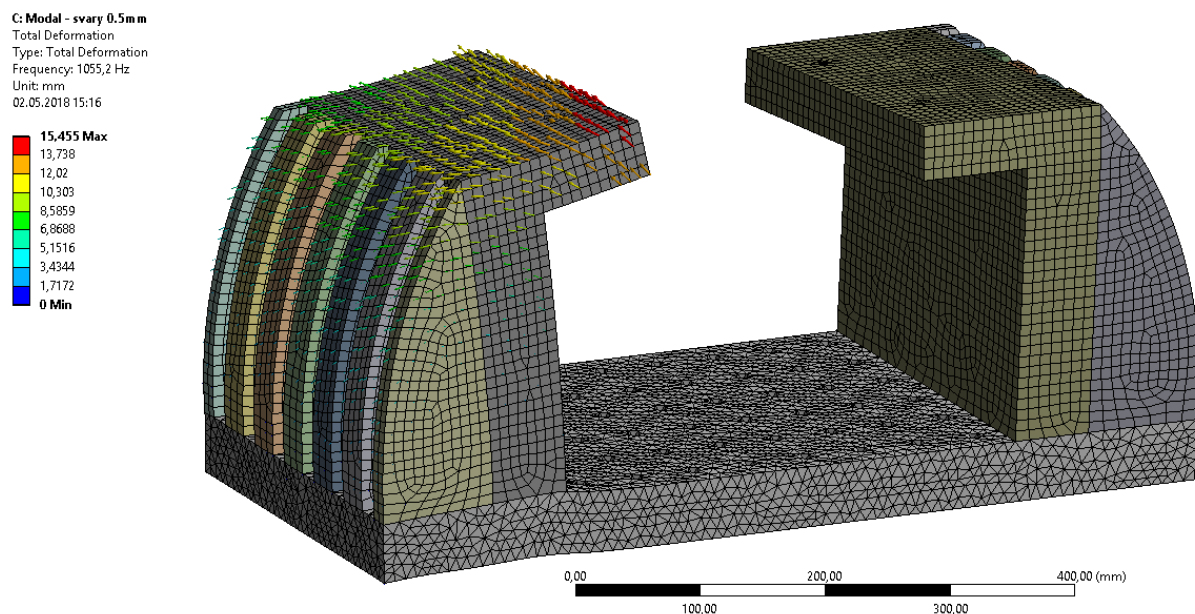


Obrázek 4.10 – Místa svarů



Obrázek 4.11 – Ukázka podřezání výpočtového modelu

## 4.8.2 Výsledek modální analýzy



**Obrázek 4.12 – První vlastní tvar a frekvence podřezaného modelu**

Při dodržení výše stanovených podmínek lze očekávat podobnou hodnotu první vlastní frekvence vibračního přípravku jako u odlitku či obrobku. Takto navržené svary zajistí dostatečnou tuhost. Výsledná hodnota je 1055,2 Hz. Pokud by byla nutná změna geometrie z důvodu výrobního procesu, například zúžení žeber z důvodu nedostatku místa při svařování, je třeba očekávat snížení hodnoty první vlastní frekvence. Pokud by nebylo dosaženo provaření, jaké je předpokládáno, tak by také bylo nutné předpokládat snížení první vlastní frekvence. Snížení hodnoty první vlastní frekvence by bylo způsobeno ztrátou tuhosti v daném místě.

## 5 Pevnostní kontrola vibračního přípravku

V této kapitole bude rozebrána pevnostní kontrola vibračního přípravku. Pevnostní kontrola byl provedena v programu ANSYS Workbench 18.2. s využitím statické analýzy. Data pro nastavení materiálu, geometrie a sítě přípravku byla převzata z předchozího výpočtu modální analýzy.

### 5.1 Zahrnutí testované jednotky

Při pevnostním výpočtu je nutné uvažovat i s vlastní tíhou jednotky o hodnotě 13,6 kg. Testovanou jednotku jsem nahradil hmotným bodem v těžišti jednotky o stejné hmotnosti. Polohu těžiště jsem dostal zadanou viz obrázek 3.1. Pro nastavení souřadnic hmotného bodu jsem vytvořil nový souřadnicový systém na horní ploše. Hmotný bod je spojen se čtyřmi plochami děr, pomocí kterých má být testovaná jednotka připojena k vibračnímu přípravku. Chování vazby mezi hmotným bodem a vibračním přípravkem byla nastavena na deformable.

- Deformable – Tato možnost způsobí, že zahrnutá geometrie se může volně deformovat. Tato volba obecného určení se používá především při použití zatížení jako je síla nebo hmotnost skrze abstraktní entity, které nejsou přímo reprezentovány jako geometrie.

Details of "Point Mass"	
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Applied By	Remote Attachment
Geometry	4 Faces
Coordinate System	Coordinate System
<input type="checkbox"/> X Coordinate	-147,55 mm
<input type="checkbox"/> Y Coordinate	-78,33 mm
<input type="checkbox"/> Z Coordinate	127,61 mm
Location	Click to Change
Definition	
<input type="checkbox"/> Mass	13,6 kg
<input type="checkbox"/> Mass Moment of Inertia X	0, kg·mm <sup>2</sup>
<input type="checkbox"/> Mass Moment of Inertia Y	0, kg·mm <sup>2</sup>
<input type="checkbox"/> Mass Moment of Inertia Z	0, kg·mm <sup>2</sup>
Suppressed	No
Behavior	Deformable
Pinball Region	All

Obrázek 5.1 – Nastavení hmotného bodu

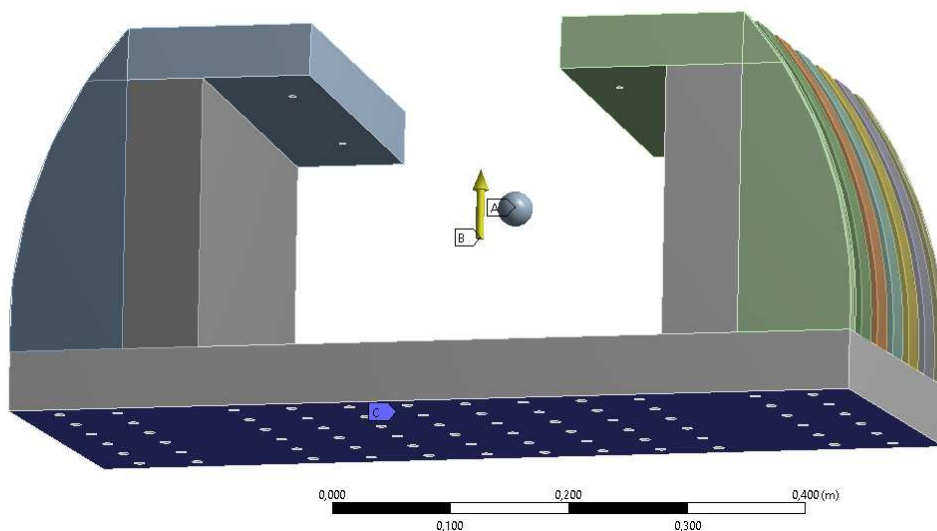
## 5.2 Okrajové podmínky

Podle zadání má konstrukce odolat zatížení 30G. Zatížení je na model aplikováno pomocí funkce Acceleration, kde je nastavená hodnota  $30 \cdot G = 30 \cdot 9,81 = 294,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

- Acceleration – Jedná se o zrychlení, které působí na celý výpočtový model a lze jej nastavit jako vektor nebo pomocí složek zrychlení v souřadnicovém systému.

Zrychlení bylo postupně aplikováno separátně ve všech směrech. Pro zjednodušení jsem nastavil vetknutí přes funkci Fixed Support na celou spodní plochu základní desky, jelikož předpokládám koncentrátoři napětí v přechodových místech.

A: Směr: +Y  
Static Structural 2  
Time: 1, s  
16.04.2018 10:37  
A Point Mass  
B Acceleration: 294,3 m/s<sup>2</sup>  
C Fixed Support



Obrázek 5.2 – Okrajové podmínky

### 5.3 Určení koeficientu bezpečnosti a dovoleného napětí

Zvolit koeficient bezpečnosti je velmi komplikovaný úkol. Konstruktor musí zvážit poměr cena versus bezpečnost. Vysoký koeficient bezpečnosti způsobí větší bezpečnost, ale zároveň zvýší hmotnost i cenu výrobku a naopak. Tím pádem konstruktor může zvolit koeficient bezpečnosti jakékoliv hodnoty, nýbrž je za něj plně zodpovědný.

Při volbě koeficientu bezpečnosti jsem se inspiroval modelem Pugsley, A.G. dle [4]. Pomocí tohoto modelu se určuje koeficient bezpečnosti jako součin dvou koeficientů.

$$SF = SF1 \cdot SF2 \quad (38)$$

- SF1 je funkcí parametrů A, B, C z první tabulky
- SF2 je funkcí parametrů D, E z druhé tabulky
- A = Kvalita materiálu, úroveň zpracování, údržba, servisní prohlídky
- B = Kontrola nad možným přetížením
- C = Přesnost analýzy napětí, znalost experimentálních dat, zkušenosti konstruktéra
- D = Ohrožení při selhání
- E = Ekonomický dopad při selhání součásti

Parametr A	Parametr C	Parametr B			
		B=1	B=2	B=3	B=4
A=1	C=1	1.10	1.30	1.50	1.70
	C=2	1.20	1.45	1.70	1.95
	C=3	1.30	1.60	1.90	2.20
	C=4	1.40	1.75	2.10	2.45
A=2	C=1	1.30	1.55	1.80	2.05
	C=2	1.45	1.75	2.05	2.35
	C=3	1.60	1.95	2.30	2.65
	C=4	1.75	2.15	2.55	2.95
A=3	C=1	1.50	1.80	2.10	2.40
	C=2	1.70	2.05	2.40	2.75
	C=3	1.90	2.30	2.70	3.10
	C=4	2.10	2.55	3.00	3.45
A=4	C=1	1.70	2.15	2.40	2.75
	C=2	1.95	2.35	2.75	3.15
	C=3	2.20	2.65	3.10	3.55
	C=4	2.45	2.95	3.45	3.95

Kde hodnocení znamená: 1=Velmi dobré; 2=Dobré; 3=Dostatečné; 4=Špatné

Parametr D	Parametr E		
	E=1	E=2	E=3
D=1	1.0	1.0	1.2
D=2	1.2	1.3	1.4
D=3	1.4	1.5	1.6

Kde hodnocení znamená: 1=Minimální; 2=Střední; 3=Velmi vážné

Obrázek 5.3 – Tabulka parametrů podle Pugsleyho

Zdroj: [4]

Parametr A jsem zvolil 2, jelikož dobře neznám možnou kvalitu výroby, B jsem zvolil 2, z důvodu možné lidské chyby. C = 3, protože nemám velké zkušenosti v tomto odvětví. Parametr D jsem vybral 2 pouze pro jistotu. E = 2 protože tato jednotka by měla při selhání minimální ekonomický dopad. Z první tabulky jsem zvolil  $SF1 = 1,95$  a z druhé tabulky jsem zvolil  $SF2 = 1,2$ .

Po vynásobení jsem získal koeficient:

$$SF = SF1 \cdot SF2 = 1,95 \cdot 1,2 = 2,34 \quad (39)$$

Tento koeficient jsem zaokrouhlil na výsledný koeficient při přiklonění na stranu vyšší bezpečnosti:

$$k \doteq SF = 2,5 \quad (40)$$

Pro materiál ALUMINIUM ALLOY SHEET/STRIP/PLATE EN AW 6082-T6 CONFORMING TO BS EN 485 je mez kluzu  $R_e = 240 \text{ MPa}$ .

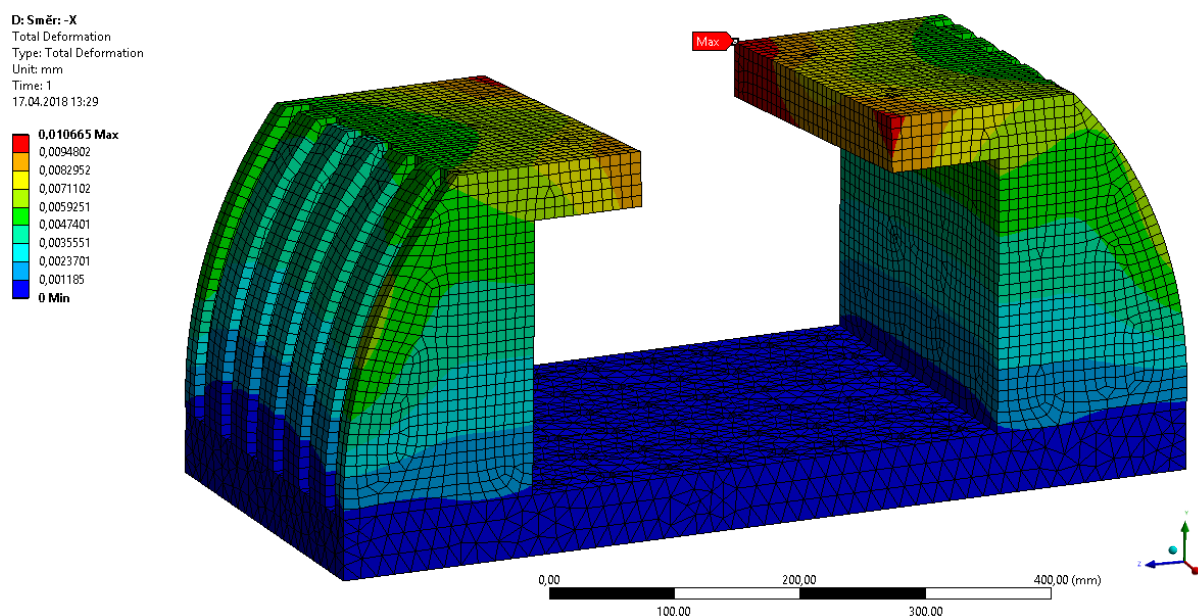
Vypočetl jsem maximální dovolené napětí:

$$\sigma_D = \frac{R_e}{k} = \frac{240}{2,5} = 96 \text{ MPa} \quad (41)$$

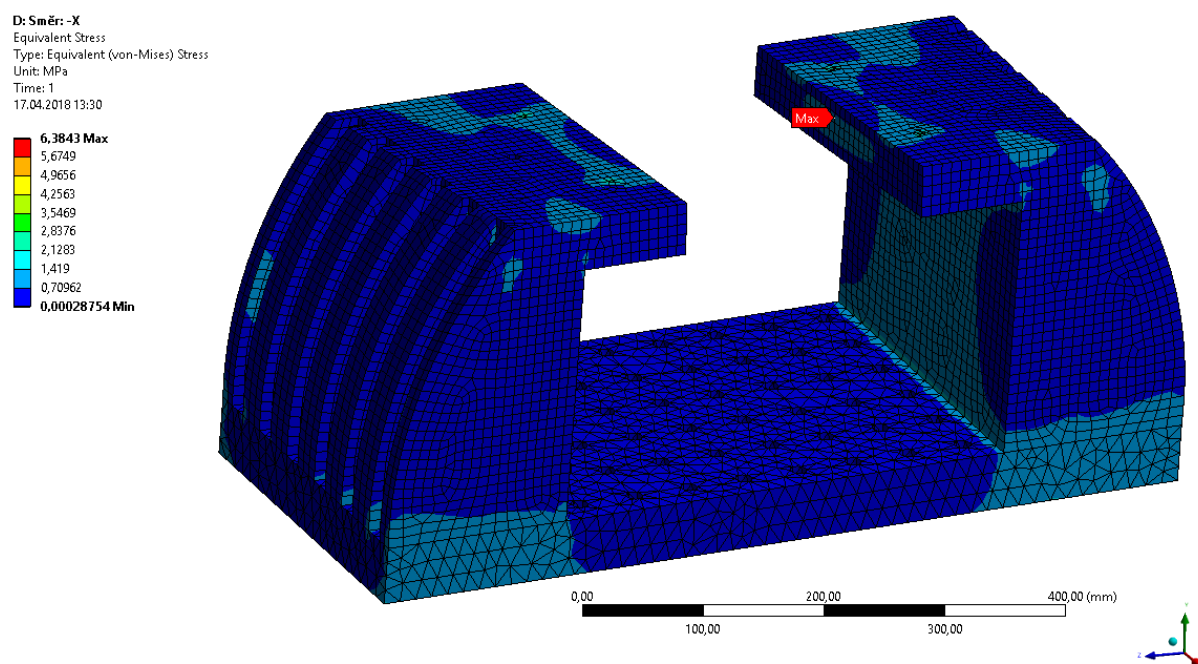
## 5.4 Výsledky pevnostních výpočtů

Níže budou uvedeny výsledky, maximální hodnoty a grafické ilustrace posuvů a napětí v jednotlivých směrech. Pro zobrazení výsledků jsem využil funkce celkového přetvoření Total Deformation a redukovaného napětí dle hypotézy HMM – Equivalent (von-Mises) Stress. Veškeré výsledky jsou zobrazeny v reálné škále. Maximální hodnoty přetvoření i napětí a jejich místo jsou označeny červenou značkou „Max“.

### 5.4.1 Zatížení ve směru +X

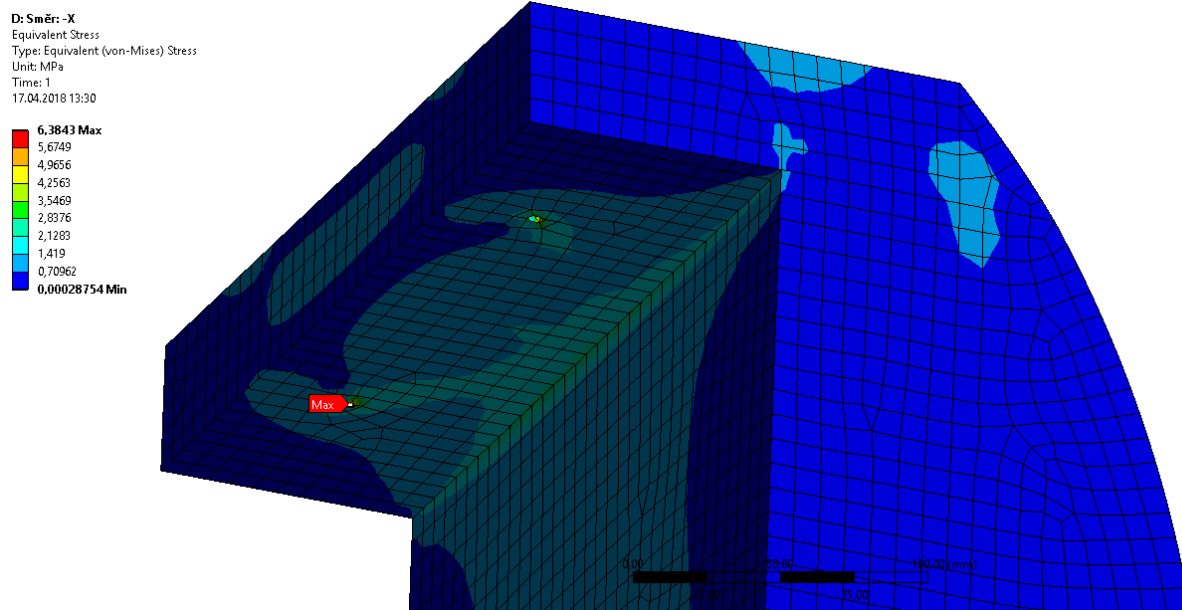


Obrázek 5.4 – Deformace +X



Obrázek 5.5 – Napětí +X





Obrázek 5.6 – Detail napětí +X

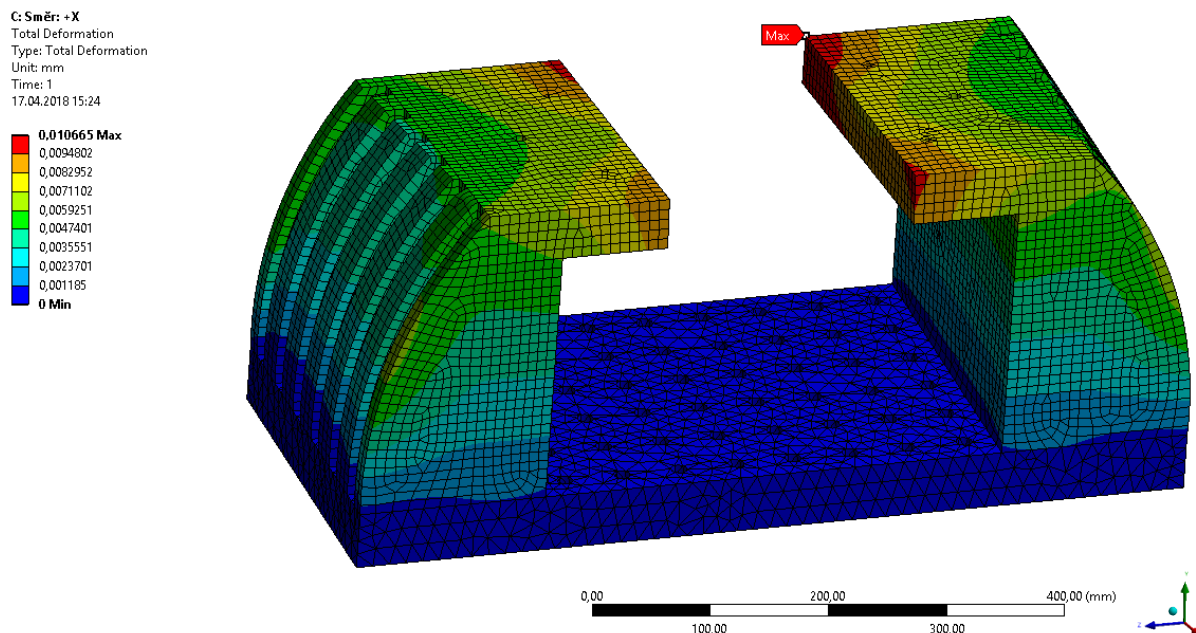
Maximální deformace je  $\varepsilon_{x+} = 0,01 \text{ mm}$  a maximální napětí je  $\sigma_{x+} = 6,38 \text{ MPa}$ .

$$\sigma_D \geq \sigma_{x+} \quad (42)$$

$$96 \geq 6,38$$

Vibrační přípravek vyhovuje zatížení v tomto směru.

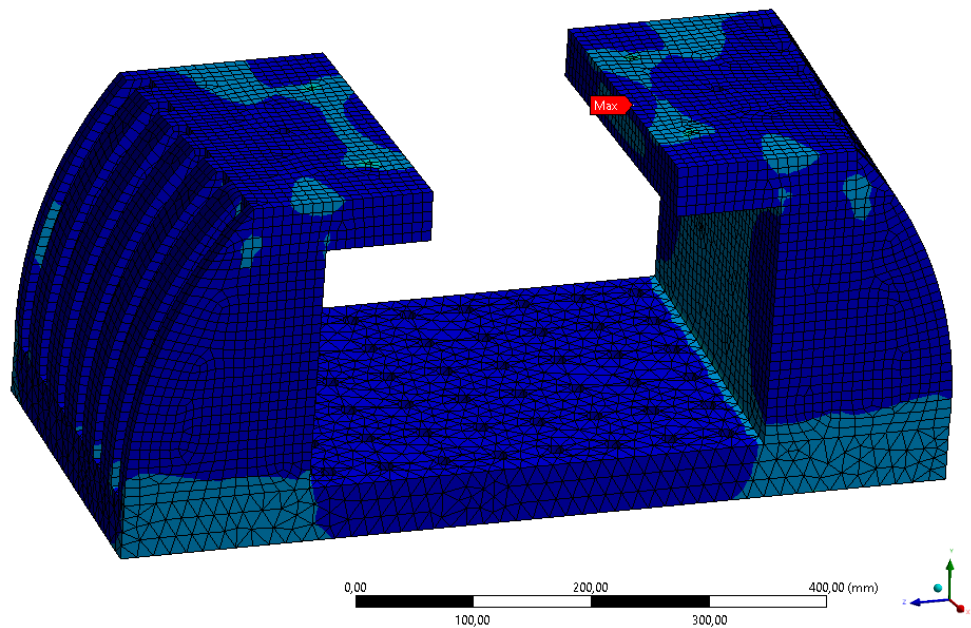
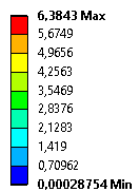
## 5.4.2 Zatížení ve směru -X



Obrázek 5.7 – Deformace -X

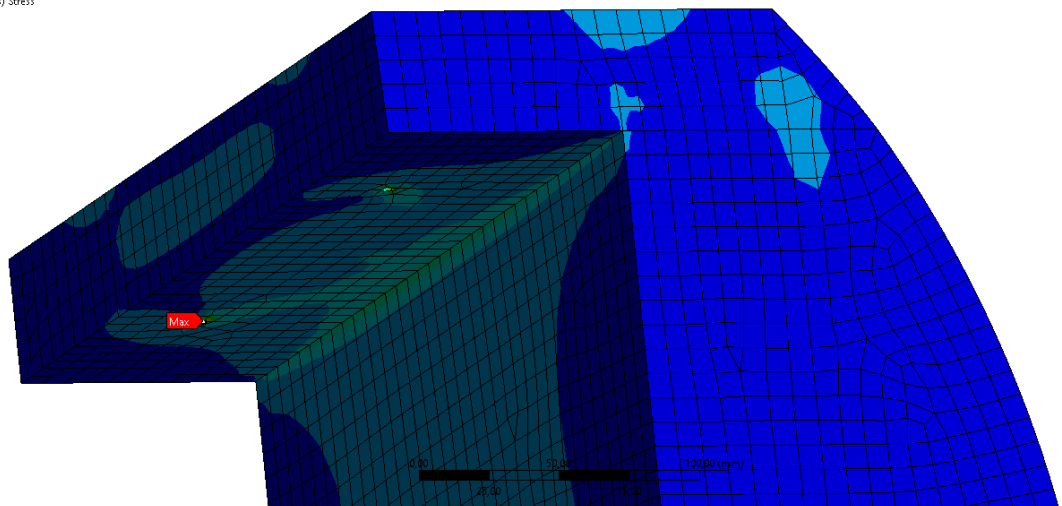
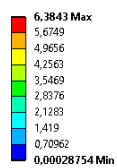


C: Směr: +X  
 Equivalent Stress  
 Type: Equivalent (von-Mises) Stress  
 Unit: MPa  
 Time: 1  
 17.04.2018 15:25



Obrázek 5.8 – Napětí -X

C: Směr: +X  
 Equivalent Stress  
 Type: Equivalent (von-Mises) Stress  
 Unit: MPa  
 Time: 1  
 17.04.2018 15:25



Obrázek 5.9 – Detail napětí -X

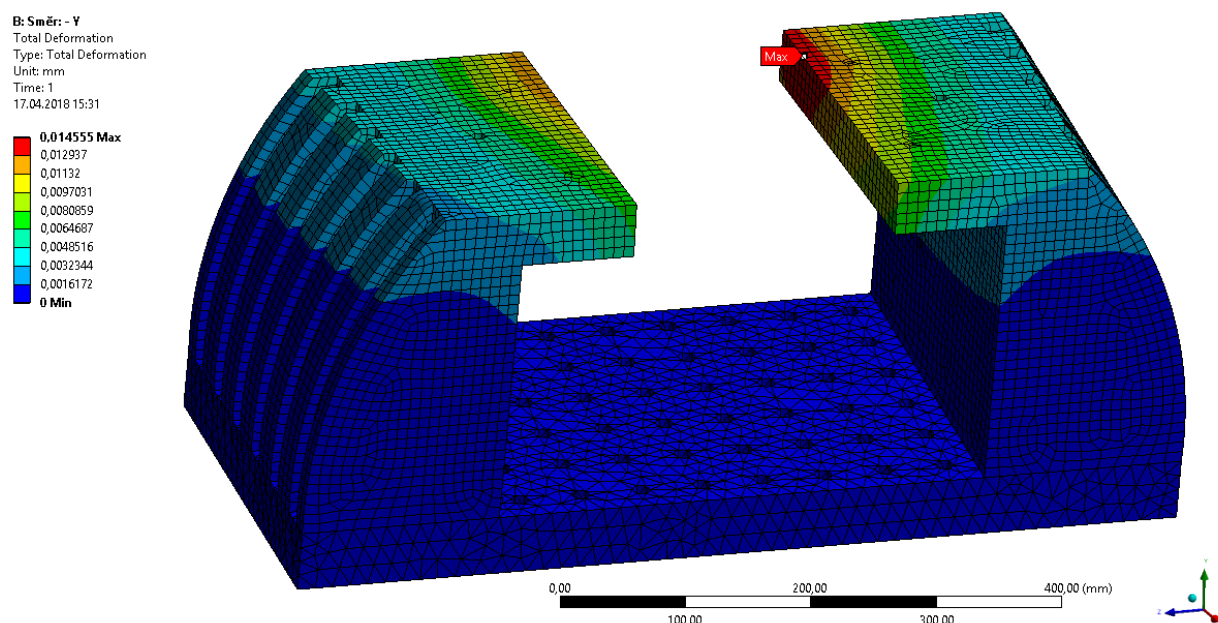
Výsledné deformace i napětí jsou identické jako při aplikování stejného zatížení v opačném směru. Maximální deformace je  $\varepsilon_{x-} = 0,01 \text{ mm}$  a maximální napětí je  $\sigma_{x-} = 6,38 \text{ MPa}$ .

$$\sigma_D \geq \sigma_{x-} \quad (43)$$

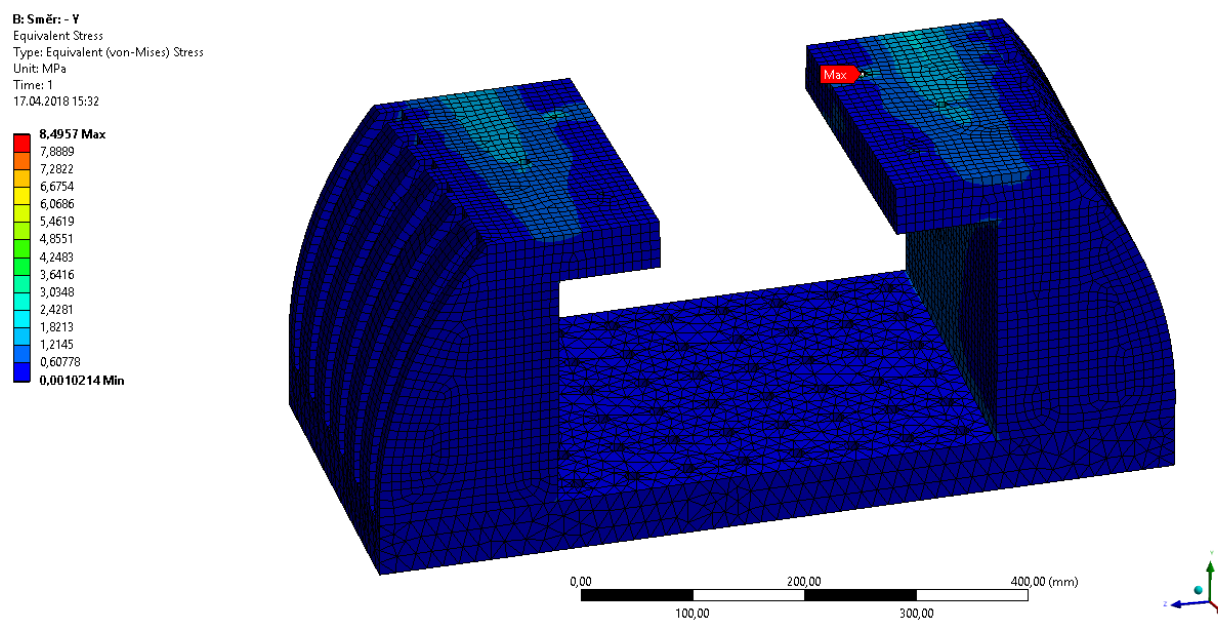
$$96 \geq 6,38$$

Vibrační přípravek vyhovuje zatížení v tomto směru.

### 5.4.3 Zatížení ve směru +Y



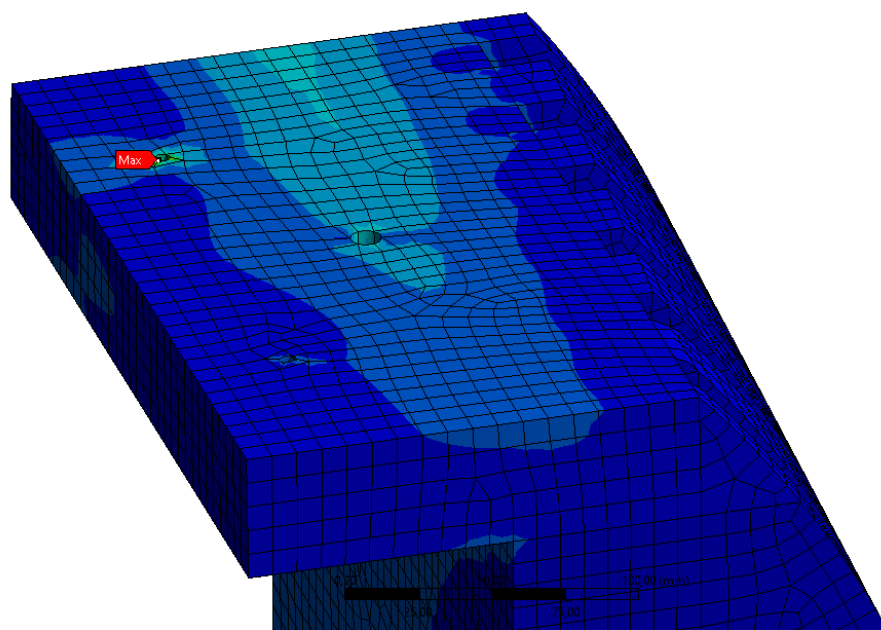
Obrázek 5.10 – Deformace +Y



Obrázek 5.11 – Napětí +Y

B: Směr: -Y  
Equivalent Stress  
Type: Equivalent (von-Mises) Stress  
Unit: MPa  
Time: 1  
17.04.2018 15:32

8,4957 Max  
7,8889  
7,2822  
6,6754  
6,0686  
5,4619  
4,8551  
4,2483  
3,6416  
3,0348  
2,4281  
1,8213  
1,2145  
0,60778  
0,0010214 Min



Obrázek 5.12 – Detail napětí +Y

Maximální deformace je  $\varepsilon_{y+} = 0,014 \text{ mm}$  a maximální napětí je  $\sigma_{y+} = 8,49 \text{ MPa}$ .

$$\sigma_D \geq \sigma_{y+} \quad (44)$$

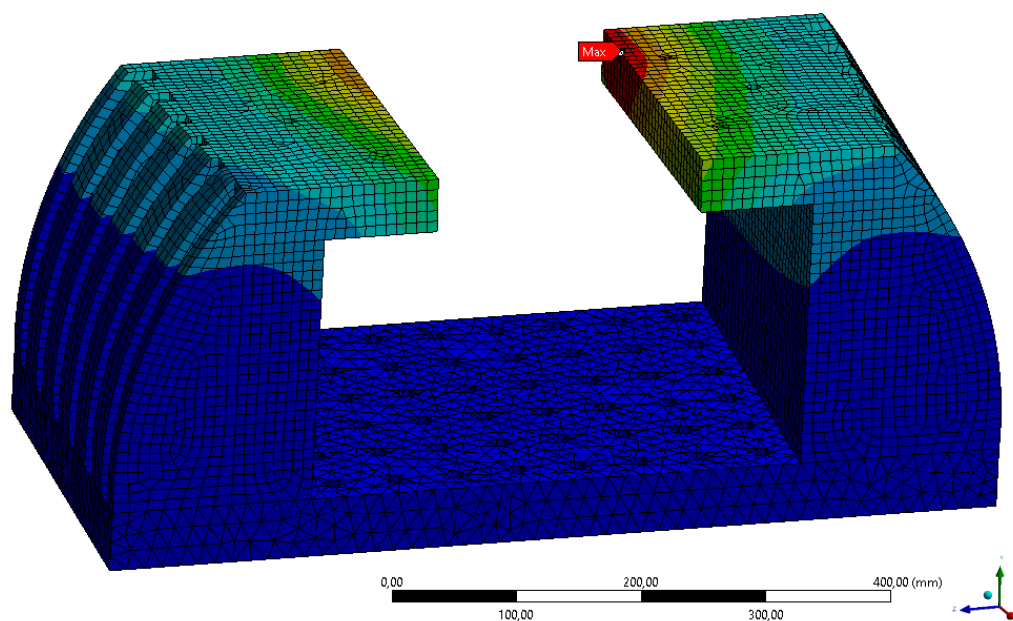
$$96 \geq 8,49$$

Vibrační přípravek vyhovuje zatížení v tomto směru.

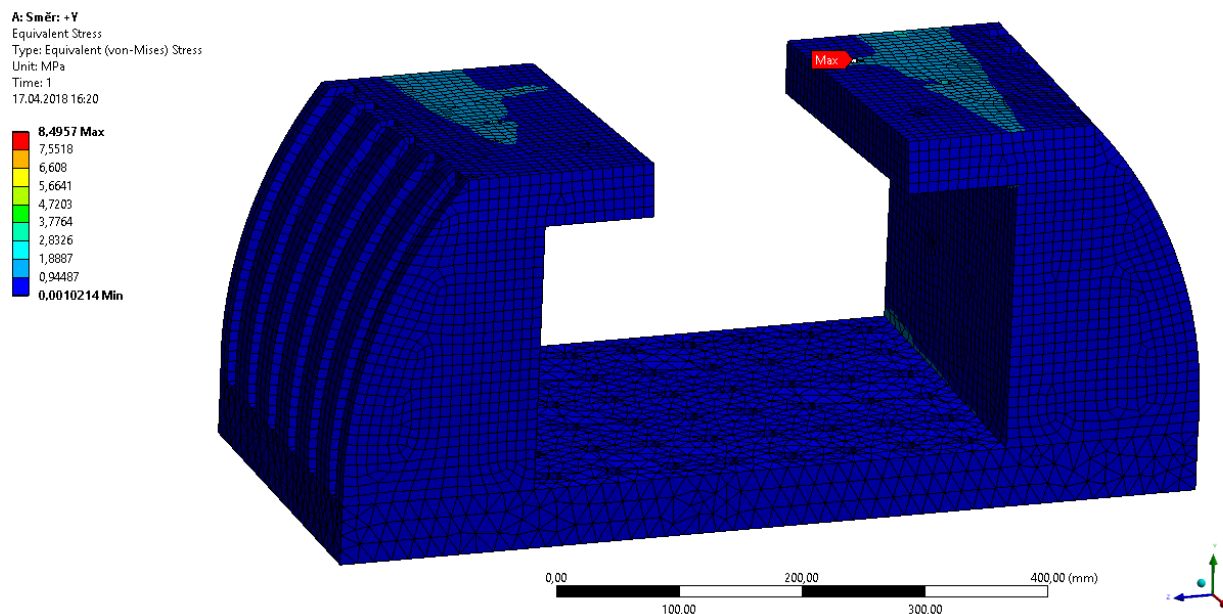
#### 5.4.4 Zatížení ve směru -Y

A: Směr: +Y  
Total Deformation  
Type: Total Deformation  
Unit: mm  
Time: 1  
17.04.2018 16:06

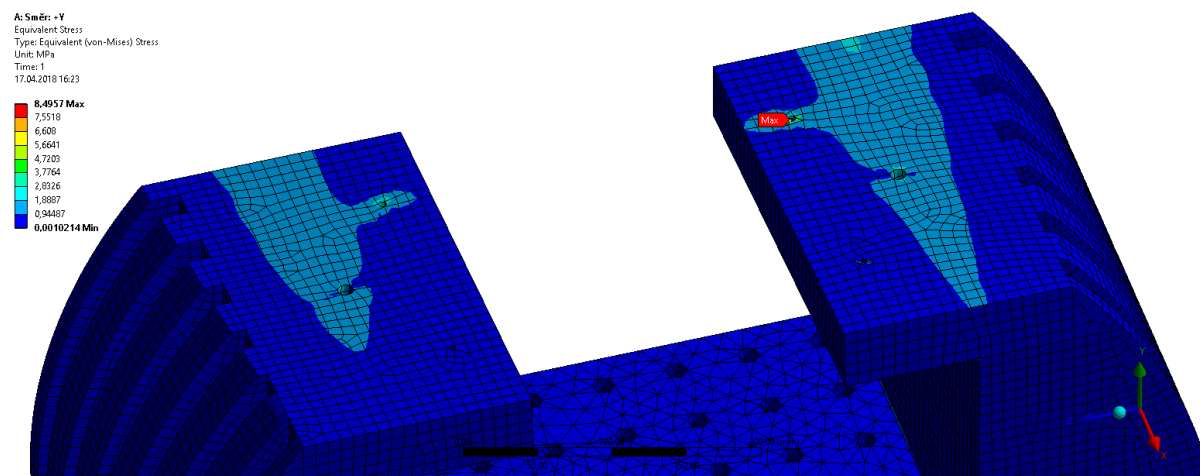
0,014555 Max  
0,012937  
0,01132  
0,0097031  
0,0080859  
0,0064687  
0,0048516  
0,0032344  
0,0016172  
0 Min



Obrázek 5.13 – Deformace -Y



Obrázek 5.14 – Napětí -Y



Obrázek 5.15 – Detail napětí -Y

Výsledné deformace i napětí jsou identické jako při aplikování stejného zatížení v opačném směru. Maximální deformace je  $\varepsilon_{y-} = 0,014 \text{ mm}$  a maximální napětí je  $\sigma_{y-} = 8,49 \text{ MPa}$ .

$$\sigma_D \geq \sigma_{y-} \quad (45)$$

$$96 \geq 8,49$$

Vibrační přípravek vyhovuje zatížení v tomto směru.

## 5.4.5 Zatížení ve směru +Z

F: Směr: -Z

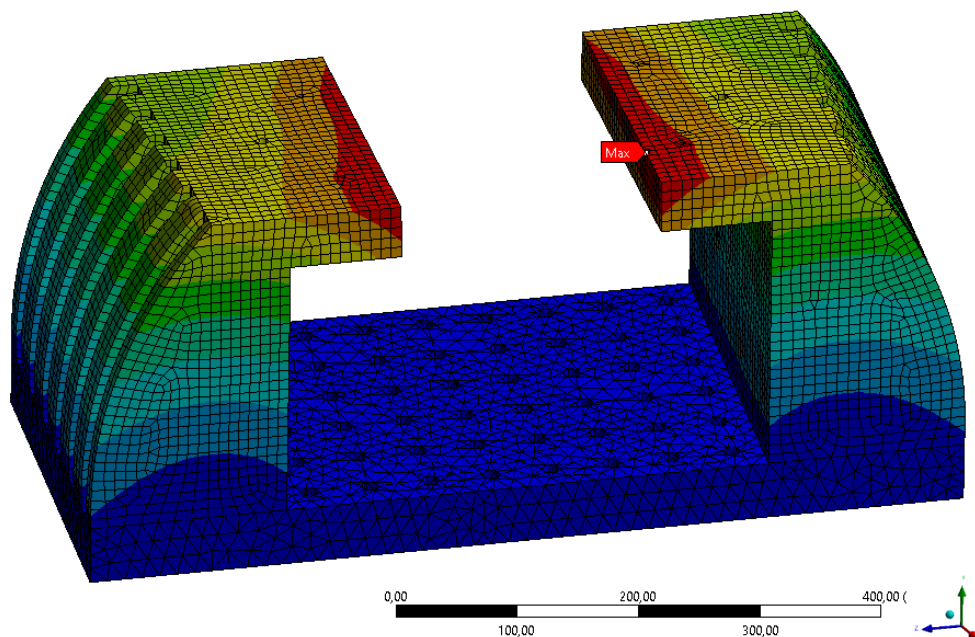
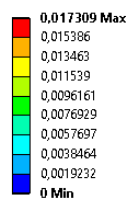
Total Deformation

Type: Total Deformation

Unit: mm

Time: 1

17.04.2018 16:58



Obrázek 5.16 – Deformace +Z

F: Směr: -Z

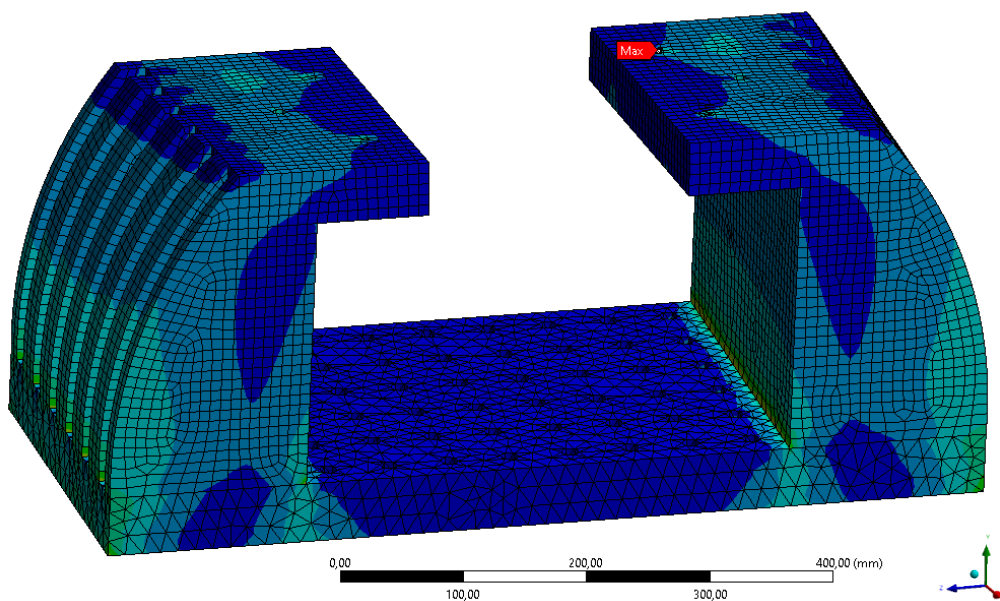
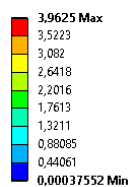
Equivalent Stress

Type: Equivalent (von-Mises) Stress

Unit: MPa

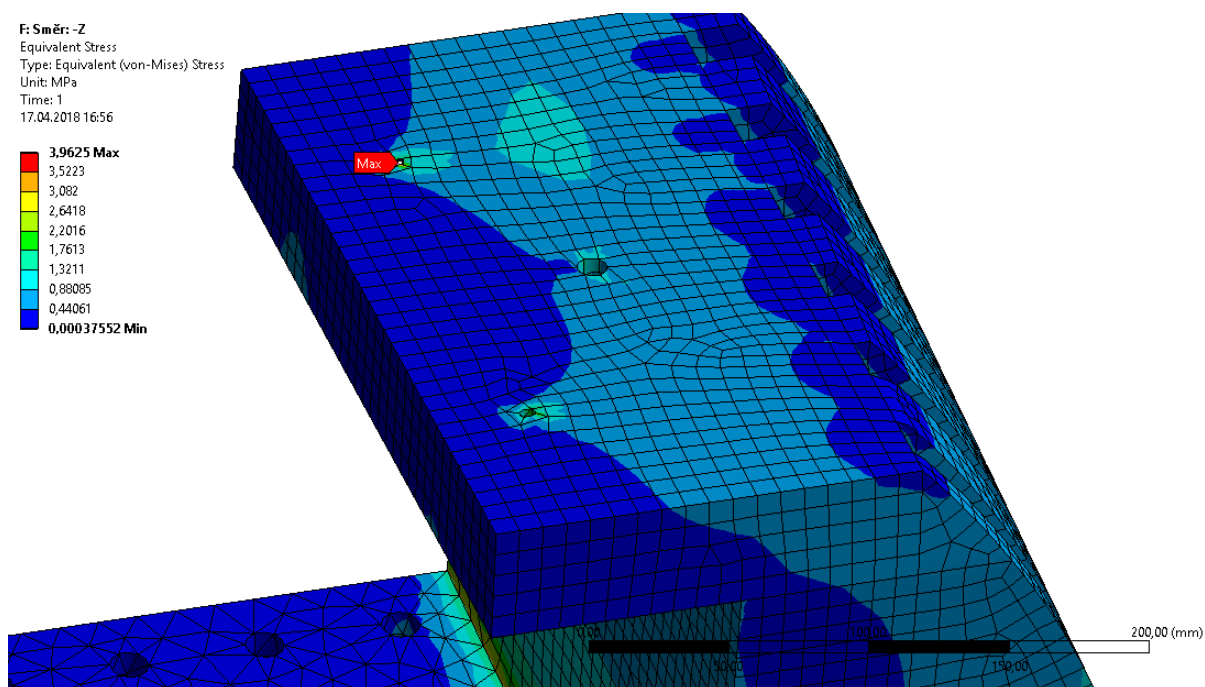
Time: 1

17.04.2018 16:56



Obrázek 5.17 – Napětí +Z





Obrázek 5.18 – Detail napětí +Z

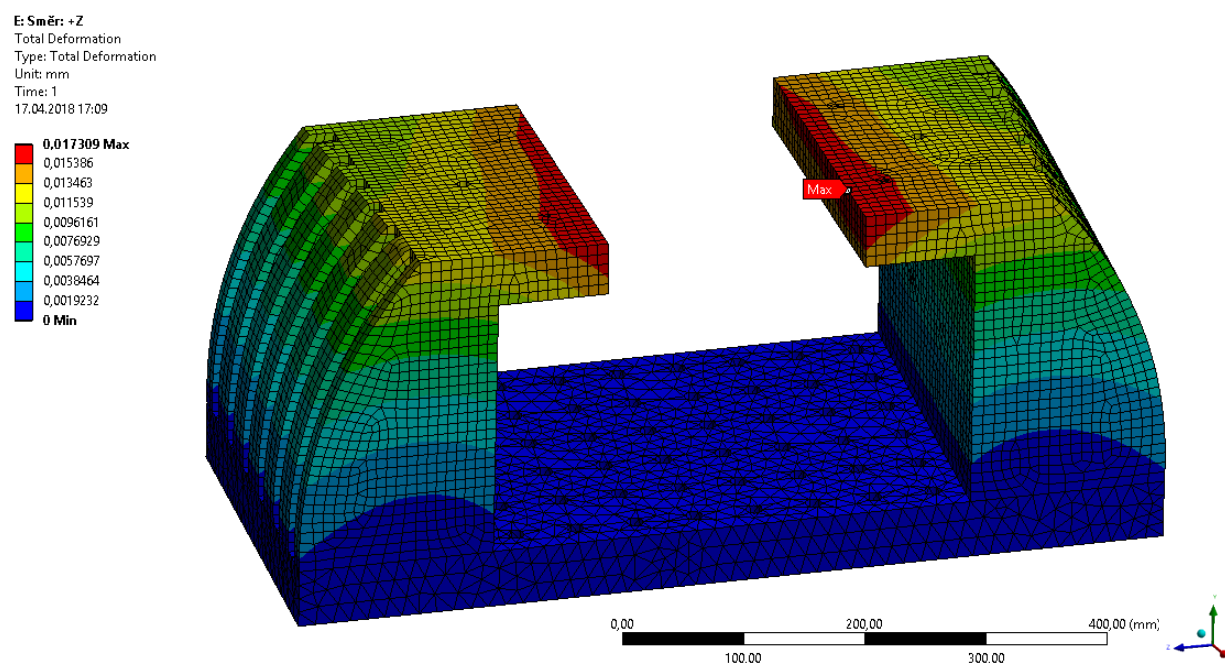
Maximální deformace je  $\varepsilon_{z+} = 0,017 \text{ mm}$  a maximální napětí je  $\sigma_{z+} = 3,96 \text{ MPa}$ .

$$\sigma_D \geq \sigma_{z+} \quad (46)$$

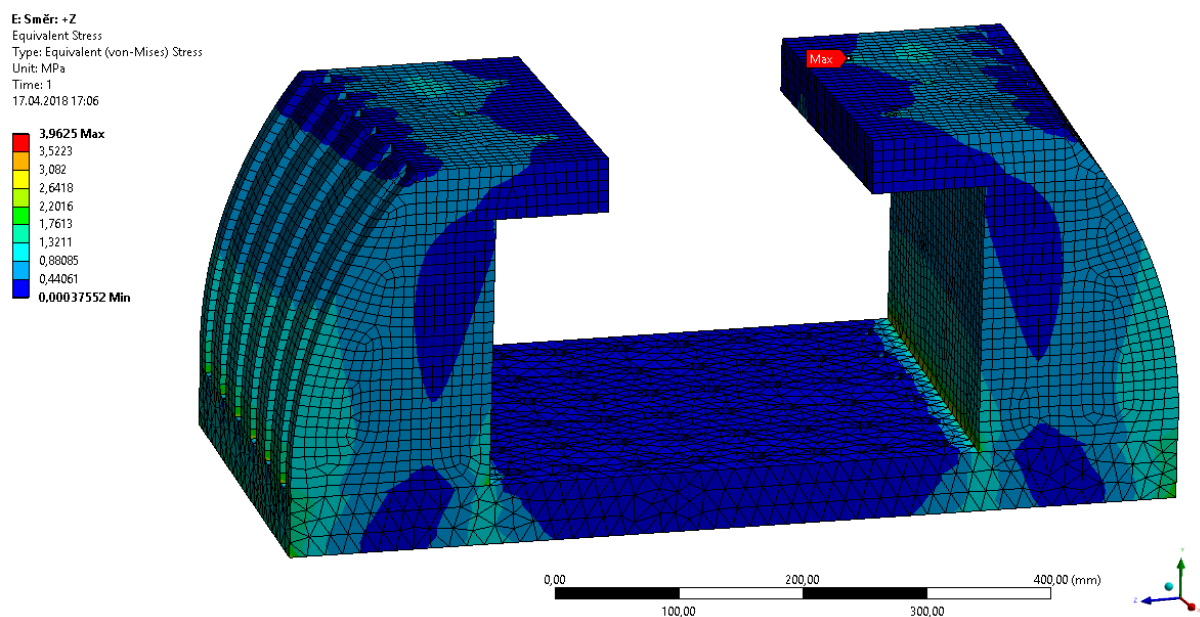
$$96 \geq 3,96$$

Vibrační přípravek vyhovuje zatížení v tomto směru.

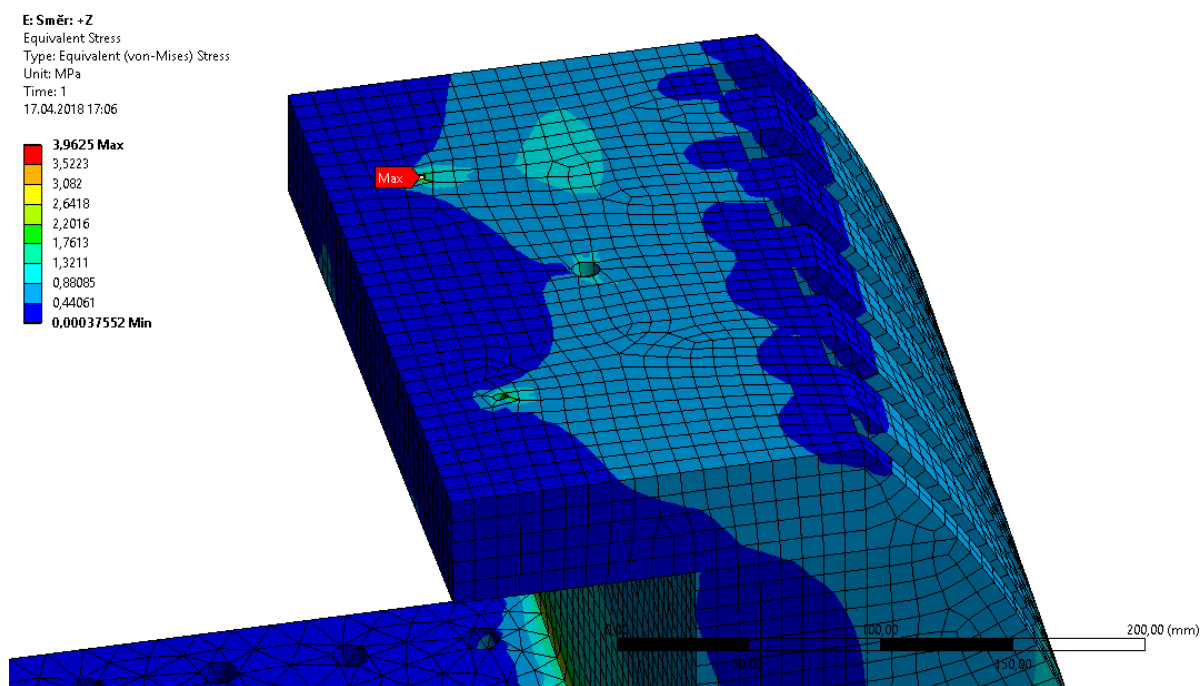
#### 5.4.6 Zatížení ve směru -Z



Obrázek 5.19 – Deformace -Z



Obrázek 5.20 – Napětí -Z



Obrázek 5.21 – Detail napětí -Z

Výsledné deformace i napětí jsou identické jako při aplikování stejného zatížení v opačném směru. Maximální deformace je  $\varepsilon_{z-} = 0,017 \text{ mm}$  a maximální napětí je  $\sigma_{z-} = 3,96 \text{ MPa}$ .

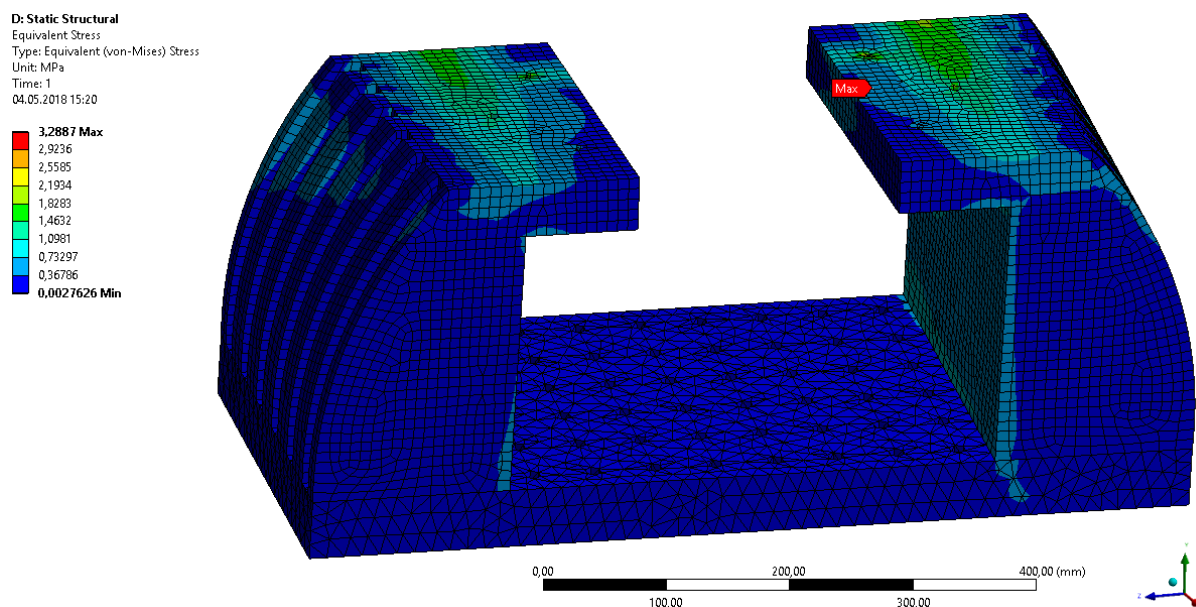
$$\sigma_D \geq \sigma_{z-} \quad (47)$$

$$96 \geq 3,96$$

Vibrační přípravek vyhovuje zatížení v tomto směru.

## 5.5 Pevnostní kontrola svařované konstrukce

Model pro pevnostní kontrolu byl použit stejný jako v případě modální analýzy. Nastavení analýzy a hmotného bodu zůstalo stejné jako v předchozích případech. Zatížení jsem aplikoval pouze ve směru Y, jelikož zde bylo největší napětí v případě odlitku nebo obrobku.



Obrázek 5.22 – Napětí podřezaného modelu

Výsledné deformace i napětí jsou identické jako při aplikování stejného zatížení v opačném směru. Maximální deformace je  $\varepsilon_y = 0,014 \text{ mm}$  a maximální napětí je  $\sigma_y = 3,28 \text{ MPa}$ .

$$\sigma_D \geq \sigma_z - \quad (48)$$
$$96 \geq 3,28$$

Svařovaný vibrační přípravek vyhovuje zatížení v tomto směru.



## 6 Topologická optimalizace vibračního přípravku

### 6.1 Topologická optimalizace

V této kapitole je stručně popsán princip topologické optimalizace dle [5]. Jedná se o výpočetní proces, při kterém se vyhledává předem neznámý tvar, který je co nejvíce optimální. V případě topologické optimalizace se jedná o nepřímou úlohu. Specifikované zůstává jenom prostředí (spojení, umístění podpor, apod.), cílová funkce a zatížení. U topologické optimalizace je třeba nastavit veličinu jako odezvu. Tato nastavená veličina bude při topologické optimalizaci redukována, při zachování nastavených podmínek. Nejčastěji bývá touto veličinou hmotnost optimalizované součásti, jelikož snížení hmotnosti je ve velké části aplikací žádáno (například automobilový a letecký průmysl). Snížení hmotnosti znamená zlepšení vlastností, úsporu prostoru a peněz, jelikož je potřeba pro výrobu méně materiálu.

Algoritmus topologické optimalizace funguje na principu hledání extrému cílové funkce  $f(x_N)$  při kterém bere v potaz vedlejší podmínku ( $g_l(x_N)$ ). Neznámou proměnnou je zde pseudohustota  $\eta_i$ . Pseudohustota nabývá hodnot v intervalu  $\eta_i \in \langle 0; 1 \rangle$ . Výsledkem topologické optimalizace je získání hodnot pseudohustot pro každý  $i$ -tý element v diskretizovaném návrhovém prostoru. K získání těchto hodnot lze využít spoustu různých metod.

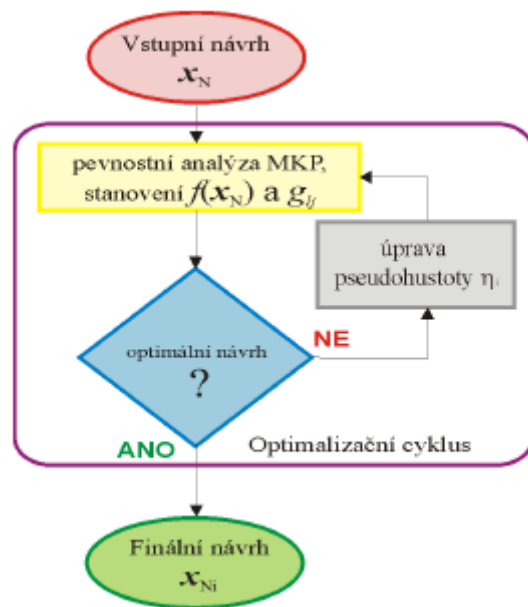
- $\eta_i = 0$  hmota  $i$ -tého elementu by měla být odstraněna
- $\eta_i = 1$  hmota  $i$ -tého elementu by měla být zachována

Algoritmus hledá extrém cílové funkce  $f(x_N)$  při stanovených vedlejších podmínkách:

$$0 < \eta_i \leq 1 \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (49)$$

$$g_{lj}L < g_{lj} \leq g_{lj}M \quad (j = 1, 2, \dots, M) \quad (50)$$

- $N$  – počet elementů v diskretizovaném návrhovém prostoru
- $M$  – počet vedlejších podmínek
- $g_{lj}$  – vypočtená hodnota  $j$ -té vedlejší podmínky
- $g_{lj}L$  – nejnížší přípustná hodnota  $j$ -té vedlejší podmínky
- $g_{lj}M$  – nejvyšší přípustná hodnota  $j$ -té vedlejší podmínky

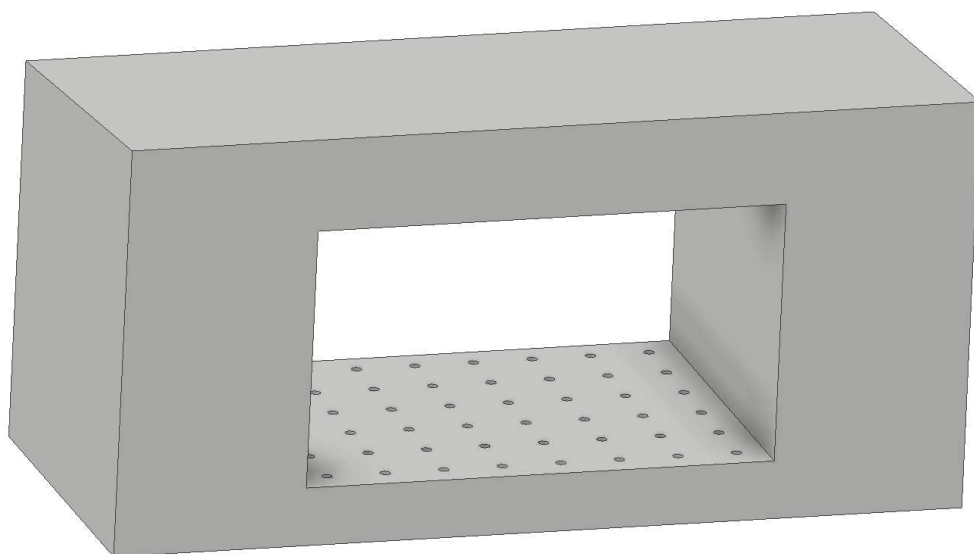


Obrázek 6.1 – Diagram optimalizačního cyklu

*Zdroj: [5]*

## 6.2 Model pro topologickou optimalizaci

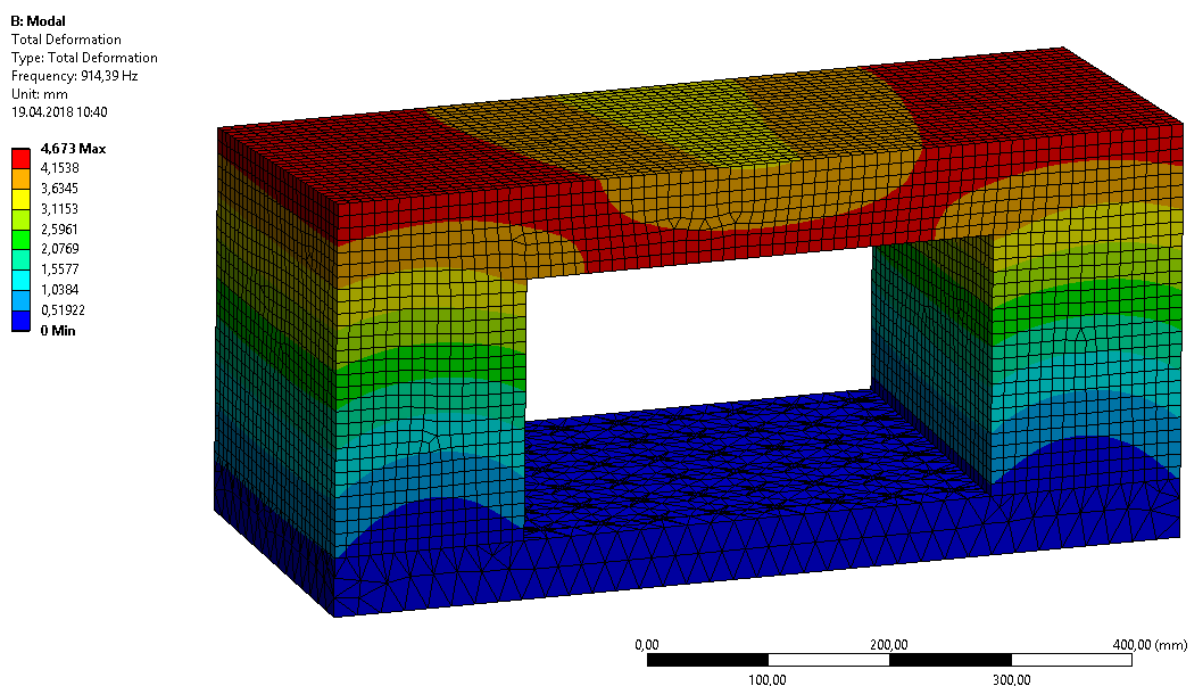
Model pro topologickou optimalizaci byl vytvořen v programu Autodesk Inventor Professional 2017. Model jsem vytvořil tak, aby splňoval zadání minimálního vnitřního prostoru. Zároveň jsem chtěl dosáhnout co nejvyššího objemu upravované části, aby byla následně co nejlépe optimalizována. Upravovanou částí je myšleno vše mimo základní desku. Z toho důvodu jsem zanedbal využití některých děr, jelikož v mém případě topologická optimalizace sloužila pouze jako inspirace a její výsledek bylo nutné následně upravit.



Obrázek 6.2 – Model pro topologickou optimalizaci

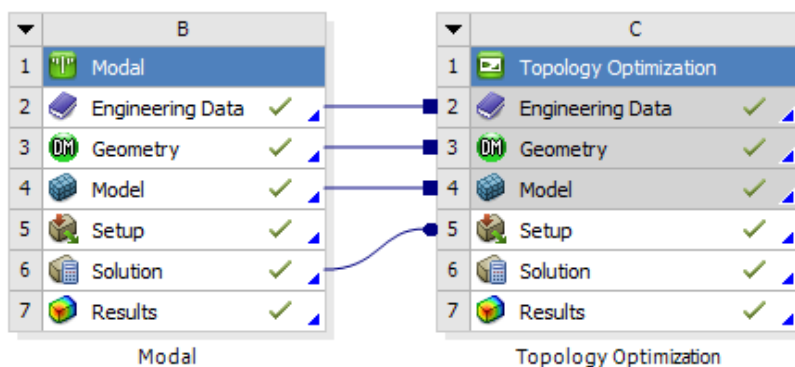
### 6.3 Příprava před topologickou optimalizací

Topologická optimalizace byla provedena v programu Ansys Workbench 18.2. Před topologickou optimalizací bylo třeba provést modální analýzu modelu. Nastavený materiál byl opět Aluminium Alloy s vlastnostmi viz kapitola 4.1. Síť upravované části byla vytvořena pomocí funkce Hex Dominant Method, aby byla tvořena pouze z hex elementů, zároveň je jemnější než síť základní desky. Pro zjednodušení byla nastavena okrajová podmínka Fixed Support na celou spodní plochu základní desky. Toto zjednodušení bylo zvoleno pro urychlení výpočtu. První vlastní frekvence takto zjednodušeného nastavení se rovná 914,39 Hz.



Obrázek 6.3 – Modální analýza modelu pro topologickou optimalizaci

Poté se na takto vypočtenou modální analýzu navázala v prostředí ANSYS Workbench 18.2 topologická optimalizace. Díky tomuto kroku převzala analýza topologické optimalizace materiálové vlastnosti, geometrii, síť a výsledky z předchozí modální analýzy.



Obrázek 6.4 – Navázání topologické optimalizace

## 6.4 Nastavení topologické optimalizace

V položce Analysis Settings jsem změnil maximální počet iterací na 100, zbytek zůstal dle implicitního nastavení. V nabídce Optimization Region byla odebrána základní deska z optimalizovaného prostředí, jelikož nesmí být změněna. V Objective byla nastavena frekvence a cílem byla její maximalizace. V položce Response Constraint jsem nastavil jako odezvu hmotnost a její redukci na 50 %.

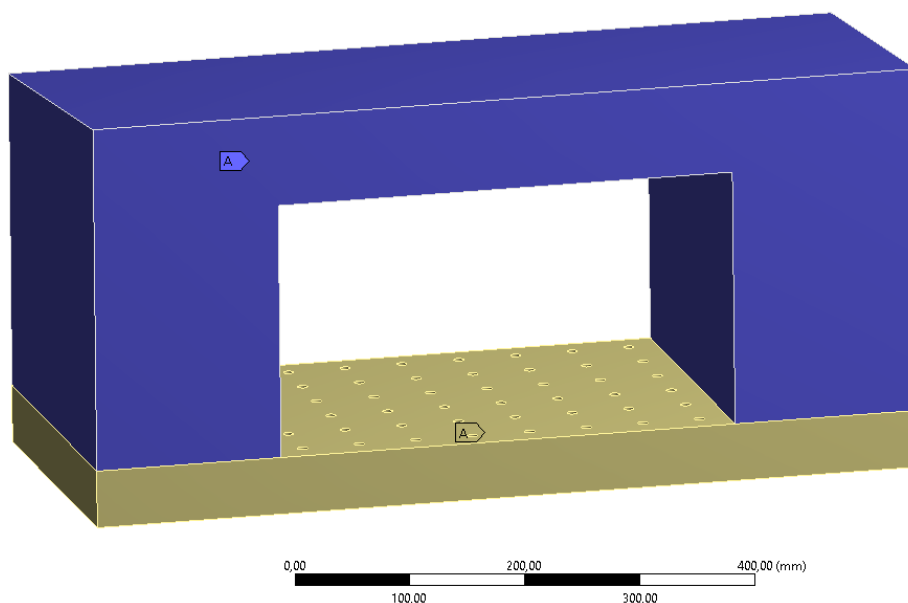
Toto nastavení odezvy bylo zvoleno z důvodu dobré konvergence při výpočtu, také bylo nastaveno z předpokladu základního vztahu:

$$\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (51)$$

Program snižuje hmotnost  $m$  optimalizované součásti a zároveň se snaží zachovat co největší tuhost  $k$  celé soustavy. Díky tomu je možné zvýšit první vlastní frekvenci.

**C: Topology Optimization**  
Topology Optimization  
Iteration Number: N/A  
19.04.2018 14:06

**A** Design Region  
**A** Exclusion Region  
**B** Objective: Maximize Frequency  
**C** Response Constraint: 50 % Mass

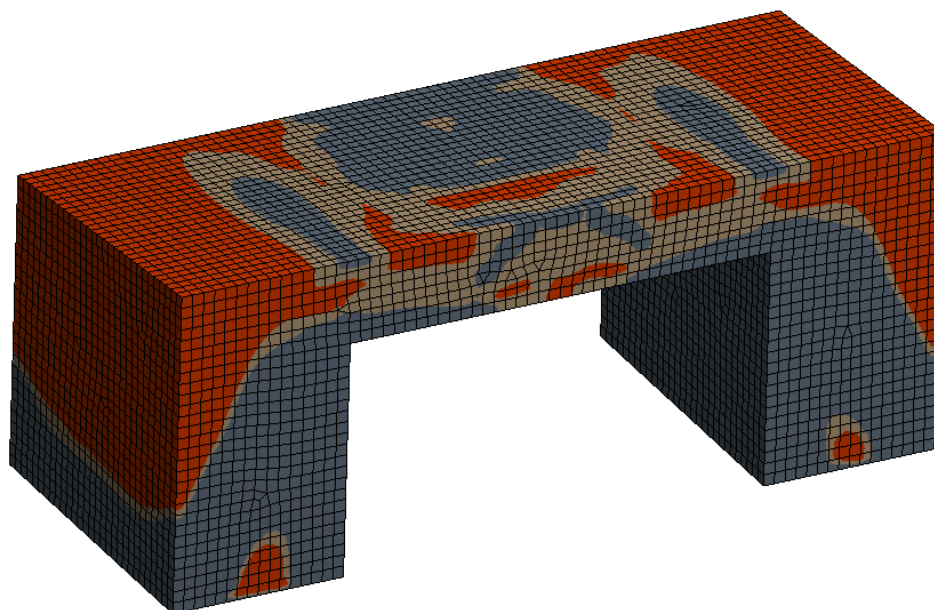


Obrázek 6.5 – Nastavení topologické optimalizace

## 6.5 Výsledek topologické optimalizace

C: Topology Optimization  
Topology Density  
Type: Topology Density  
Iteration Number: 27  
19.04.2018 14:41

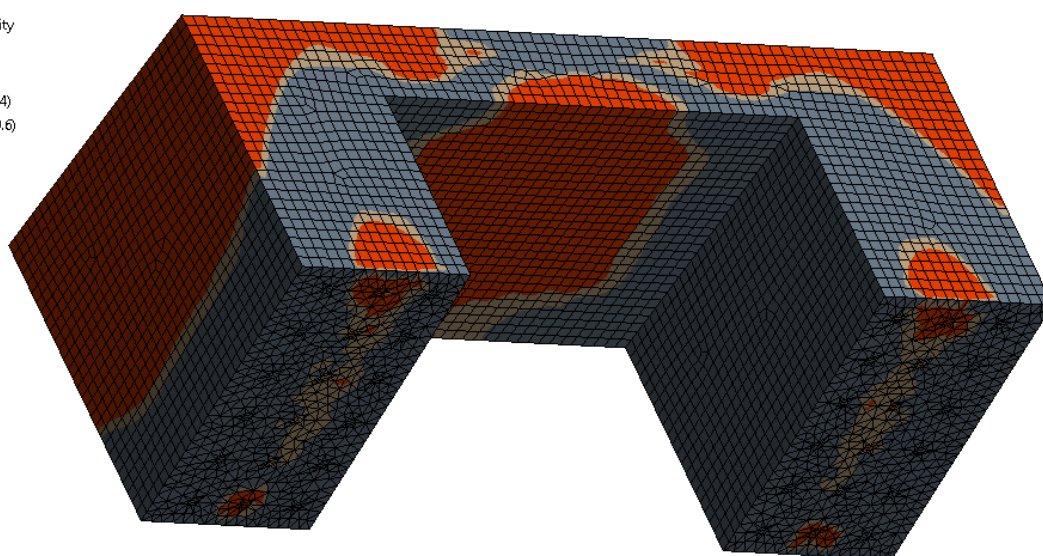
Remove (0.0 to 0.4)  
Marginal (0.4 to 0.6)  
Keep (0.6 to 1.0)



Obrázek 6.6 – Zobrazení pseudohustot elementů

C: Topology Optimization  
Topology Density  
Type: Topology Density  
Iteration Number: 27  
19.04.2018 14:41

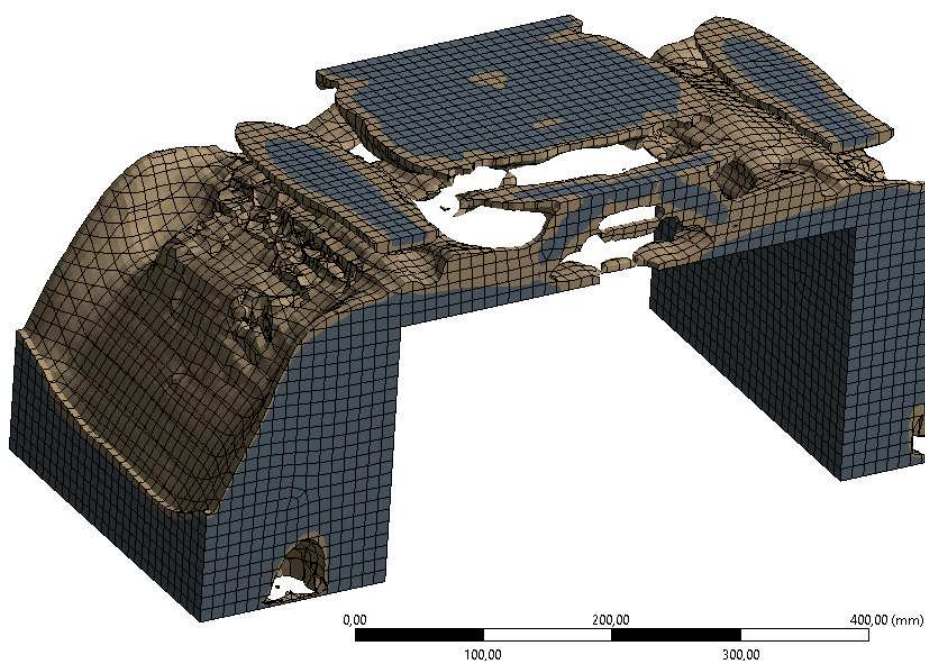
Remove (0.0 to 0.4)  
Marginal (0.4 to 0.6)  
Keep (0.6 to 1.0)



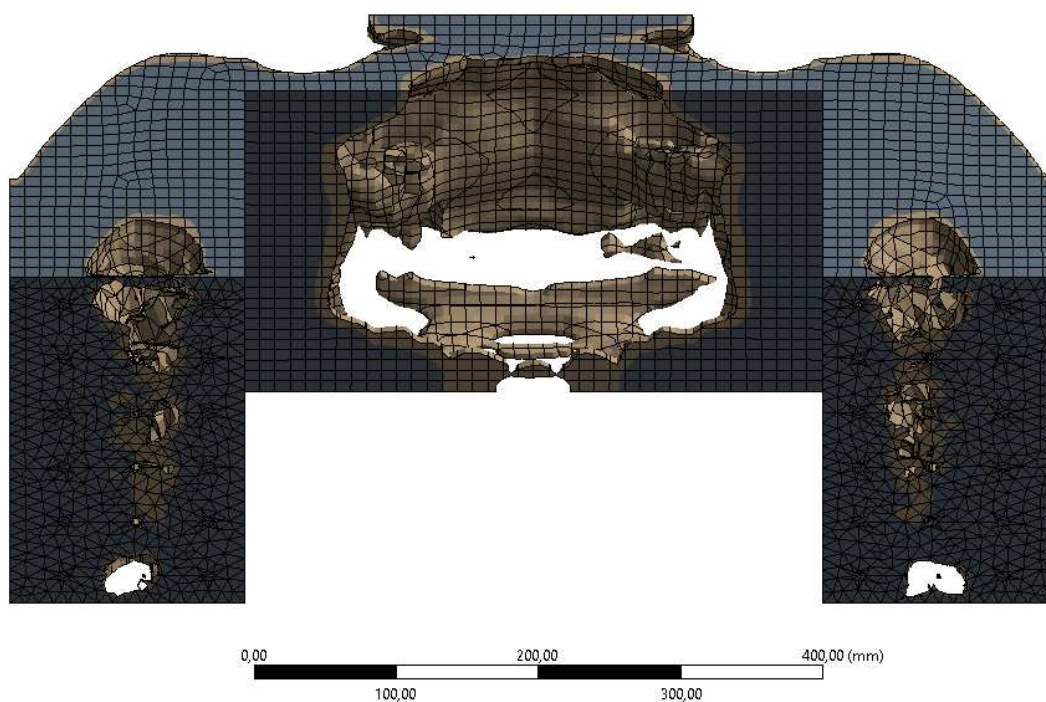
Obrázek 6.7 – Zobrazení pseudohustot elementů

Algoritmus přiřadil jednotlivým elementům pseudohodnotu a barevně je rozlišil. Elementy, které jsou červené mají pseudohodnoty  $\eta_i \in \langle 0; 0,4 \rangle$  a měly by být odstraněny. Hnědé elementy mají pseudohodnoty  $\eta_i \in \langle 0,4; 0,6 \rangle$ , tudíž se nacházejí v oblasti, kdy si program není zcela jistý jejich odstraněním či ponecháním a nechává rozhodnutí na konstruktérovi. Šedé elementy mají pseudohodnoty  $\eta_i \in \langle 0,6; 1 \rangle$  a měly by být ponechány.





**Obrázek 6.8 – Výsledek topologické optimalizace**



**Obrázek 6.9 – Výsledek topologické optimalizace**

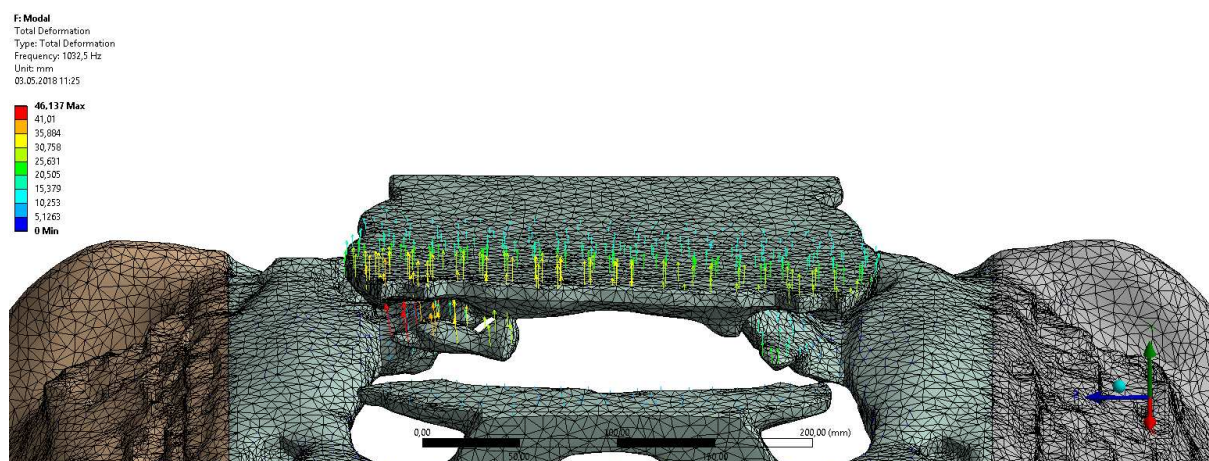
Na obrázcích je výsledek topologické optimalizace po odstranění elementů s pseudohodnotou  $\eta_i \in \langle 0; 0,4 \rangle$ . Jak lze vidět, tak výsledek je velmi náročný na výrobu, jediný možný způsob výroby je pomocí 3D tisku. Z toho důvodu je třeba výsledek upravit nebo jej použít jako inspiraci. Tento tvar není možné použít pro výrobu, jelikož je zde přístup pouze ke šroubům ve vnitřním prostoru. Ve výsledku by nastalo výrazné snížení tuhosti celého přípravku vůči vibrační stolici, a to by znamenalo velké snížení první vlastní frekvence konstrukce.

## 6.6 Modální analýza konstrukce navržené metodou topologické optimalizace

Výsledný model po dokončení topologické optimalizace je pouze skořepinové těleso, takže se jedná pouze o skořápku, která není plná. Tudíž se nejedná o solid a není možný okamžitý výpočet modální analýzy, ale je nutné první model přetvořit na objemovou strukturu. Toto přetvoření bylo provedeno pomocí programu SW3-matic výrobce Materialise. Poté jsem solid model převedl zpět do prostředí Ansys Workbench 18.2, kde bylo nutné ještě lehce upravit geometrii, aby bylo možné aplikovat okrajové podmínky.



Obrázek 6.10 – Výsledek modální analýzy topologicky optimalizovaného tvaru

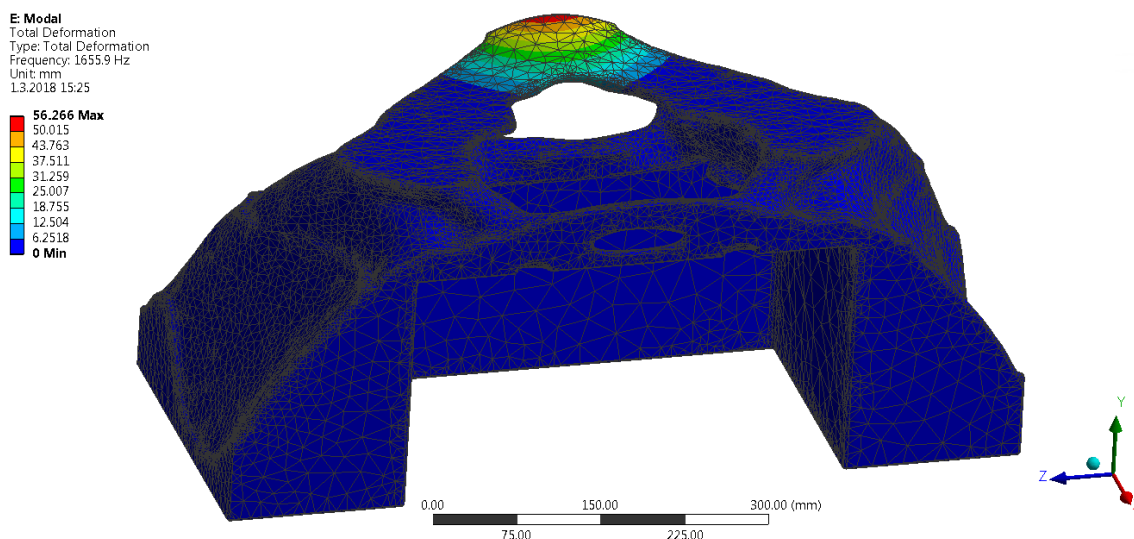


Obrázek 6.11 – Výsledek modální analýzy topologicky optimalizovaného tvaru

Jako okrajovou podmínku jsem zvolil Fixed Support na spodní plochy bočních stran. Výsledná frekvence topologicky optimalizovaného tvaru je 1032,5 Hz.

## 6.7 Možný tvar konstrukce

Navrhují ještě zvažení přidání zadní stěny, která je zakázána zadavatelem z důvodu montáže a překážela by také hadicím vycházející z testované jednotky. Byla by nejspíš nutná úprava uložení jednotky, například posunutím celé jednotky více dopředu nebo vyřezáním části zadní přepážky, aby byl umožněn prostup hadicím. Přidání zadní stěny může výrazně zvýšit hodnotu první vlastní frekvenci vibračního přípravku.



Obrázek 6.12 – Výsledek modální analýzy navrhovaného tvaru

Tento tvar byl dosažen také díky topologické optimalizace. Hodnota první vlastní frekvence je v tomto případě 1655,9 Hz. Avšak je to pouze orientační hodnota, jelikož se jedná pouze o zjednodušený výpočet bez základní desky. Také není uvažováno využití maximálního počtu děr v základní desce. I přes to bych doporučoval zvážit tuto možnost.



## 7 Závěr

V první části bakalářské práce jsou uvedeny základní principy modální analýzy jako nástroje pro zjištění vlastních frekvencí a vlastních tvarů. Jsou zde uvedeny příklady problémů, které lze řešit pomocí modální analýzy.

Mnou navržený vibrační přípravek pro aerospace zamýšlený jako odlitek nebo obrobek dosáhl hodnoty první vlastní frekvence 1054,4 Hz, což je více než dvojnásobné zvýšení oproti zadanému prvotnímu návrhu. V případě svařované konstrukce bude hodnota první vlastní frekvence téměř identická a to 1055,2 Hz, při dodržení uvažovaných podmínek. Pokud by byla konstrukce nějak upravena z důvodu technologie výroby, jak bylo předpokládáno při výpočtu, tak by bylo nutné očekávat snížení hodnoty první vlastní frekvence vibračního přípravku. Snížení hodnoty první vlastní frekvence by bylo způsobeno ztrátou tuhosti v daném místě.

Vibrační přípravek byl podroben pevnostní kontrole metodou konečných prvků. Odolal zatížení 30 G ve všech směrech, při uvažování vlastní váhy jednotky 13,6 kg. Nejvyšší redukované napětí dle HMH metody vzniklo při zatížení ve směru +Y a -Y o stejné hodnotě 8,49 MPa. Koeficient bezpečnosti jsem zvolil 2,5. Mez kluzu použitého materiálu je 240 MPa. Vypočtené maximální dovolené napětí je 96 MPa, tudíž je vibrační přípravek mnohonásobně předimenzován.

Celý návrh vibračního přípravku byl inspirován topologickou optimalizací, kdy jsem aplikoval zaoblené vykrojení bočních stran a vytvořil na tomto základu boční žebrování. I v případě středového rozdělení jsem se částečně inspiroval topologickou optimalizací.

Výsledky modálních analýz topologicky optimalizovaných tvarů je třeba považovat za orientační a zkrácené, jelikož při jejich výpočtech není reflektováno skutečné spojení s vibračním stolem, také není uvažováno využití maximálního počtu děr na základní desce. Výsledek může být také ovlivněn méně kvalitní sítí.

I přes tyto nedostatky bych zvážil možnost přidání zadní stěny, jelikož může být dosaženo výrazně vyšší první vlastní frekvence vibračního přípravku. Zároveň je tato myšlenka potvrzena z předchozích návrhů, které byly zamítnuty, kdy tato stěna výrazně zvýšila první vlastní frekvenci vibračního přípravku.

V příloze A jsou uvedeny jednotlivé mezi-návrhy, které jsem vytvořil v průběhu tvorby této bakalářské práce. K práci je přiložen výrobní výkres vibračního přípravku.

## 8 Seznam použité literatury

- [1] MILÁČEK, Stanislav. *Modální analýza mechanických kmitů*. Dot. 1. vyd. Praha: České vysoké učení technické, 1996. ISBN 80-01-00872-X.
- [2] ONDROUCH, Jan PODEŠVA, Jiří. *Technické kmitání: Teorie a příklady k předmětu Technické kmitání* [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, 2012 [cit. 2017 12-8]. Dostupné z: [https://www.fs.vsb.cz/export/sites/fs/330/.content/files/Podesva\\_kmitani.pdf](https://www.fs.vsb.cz/export/sites/fs/330/.content/files/Podesva_kmitani.pdf)
- [3] Aluminium and aluminium alloys – Sheet, strip and plate – Part 2: Mechanical properties. *EMK24* [online]. 2016 [cit. 2018-05-04]. Dostupné z: <http://emk24.ru/upload/files/wiki/standarts/BS%20EN%2000485-2-2016.pdf>
- [4] PETELE, Miroslav. Koeficient bezpečnosti. *MITCalc* [online]. Děčín, 2003 [cit. 2018-05-04]. Dostupné z: [http://www.mitcalc.com/doc/help/cz/c\\_safety.htm](http://www.mitcalc.com/doc/help/cz/c_safety.htm)
- [5] KOPŘIVA, Lubomír. *Optimalizace žebra na křídle letounu*. Brno, 2008. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně. Vedoucí práce Prof. Ing. Jindřich Petruška CSc.
- [6] BILOŠOVÁ, Alena. *Týmová cvičení předmětu Experimentální modální analýza: návody do cvičení předmětu "Experimentální modální analýza"*. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, 2011. ISBN 978-80-248-2756-8.
- [7] COOK, Robert Davis. *Finite element modeling for stress analysis*. New York: Wiley, c1995. ISBN 0471107743.

## 9 Příloha A

V této příloze se nacházejí obrázky předchozích návrhů, které následně byly zamítnuty nebo nevyhovovaly. Popřípadě měly nízkou hodnotu první vlastní frekvence nebo byly příliš drahé a složité na výrobu.

